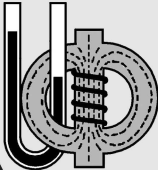


ISSN 2307-5457

*Primum
inter pares*

Материалы XXX Всероссийской
научно-практической конференции

„Учебный физический эксперимент:
Актуальные проблемы. Современные
решения“



НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

**УЧЕБНАЯ
ФИЗИКА**

Октябрь - декабрь 2025 №4

Издается с января 1997 года
Памяти В.В.Майера

СОДЕРЖАНИЕ

От редакции

О ПОСВЯЩЕНИИ ВЫПУСКОВ ЖУРНАЛА ПРОФЕССОРУ В. В. МАЙЕРУ3

Основная школа

В. В. Майер НАТУРНАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
Е. И. Вараксина СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ
А. В. Долженко ДЛЯ ФИЗИКО-БИОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТА4

Старшая школа

Е. А. Самойлов КОМПЛЕКС ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СИСТЕМЕ ОБУЧЕНИЯ
В.Ю. Самойлова СТУДЕНТОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОМУ ВОСПИТАНИЮ
ШКОЛЬНИКОВ С ПРИЗНАКАМИ ОДАРЕННОСТИ 20

Высшая школа

П. В. Казарин ЛЕКЦИОННАЯ ДЕМОНСТРАЦИЯ ПРИНЦИПА
Н. Ф. Услугин ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ31
Е. И. Анисимов

С. В. Панькова ИЗУЧЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ
В. Г. Соловьёв КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ
И. И. Толбухина В УНИВЕРСИТЕТСКОМ ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ 39
А. О. Юлина

Компьютер в эксперименте

В. Б. Пикулев МЕТОД ИК-СПЕКТРОСКОПИИ В УЧЕБНОМ
С. В. Логинова ФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ50

Исследования

О. А. Яворук ПУТЕШЕСТВИЯ ПО ЛАБИРИНТАМ ЗНАНИЙ:
ОБОБЩЕННЫЕ ПЛАНЫ В ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ 59

С. Г. Стоюхин СОЗДАНИЕ БИБЛИОТЕКИ АВТОРСКИХ ВИДЕОКЛИПОВ
И. Ю. Голубева ЛЕКЦИОННЫХ ДЕМОНСТРАЦИЙ ДЛЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ
С. М. Кокин МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА ФИЗИКИ 68

АВТОРЫ ЖУРНАЛА 74

СТАТЬИ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ В ЖУРНАЛЕ В 2025 ГОДУ75

Этот и последующие выпуски журнала посвящаются д.п.н., профессору Майеру Валерию Вильгельмовичу (Глазов), основателю журнала, главному редактору (1997–2025 гг.) и автору прекрасных статей.

Редакция журнала:

Е. И. Вараксина (главный редактор), Р. В. Акатов, Л. С. Кропачева, Р. В. Майер, Е. С. Мамаева

Редакционный совет:

С. В. Барышников	д.ф.-м.н., профессор, Благовещенск
И. В. Гребенев	д.п.н., профессор, Нижний Новгород
М. Д. Даммер	д.п.н., профессор, Челябинск
П. В. Зуев	д.п.н., профессор, Екатеринбург
О. В. Лебедева	д.п.н., доцент, Нижний Новгород
Ю. А. Сауров	д.п.н., профессор, член-корр. РАО, Киров
А. П. Усольцев	д.п.н., профессор, Екатеринбург
А. А. Шаповалов	д.п.н., профессор, Барнаул

Оргкомитет конференции:

Н. Я. Молотков	д.п.н., профессор, Тамбов
Ф. А. Сидоренко	д.ф.-м.н., профессор, Екатеринбург
Я. А. Чиговская–Назарова	к.филол.н., доцент, ректор ГИПУ, Глазов
Т. Н. Шамало	д.п.н., профессор, Екатеринбург

Перечень ВАК: Журнал «Учебная физика» включен Высшей аттестационной комиссией (ВАК) Минобрнауки России в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Адрес редакции, издателя и типографии: 427621, Удмуртия, Глазов, Первомайская, 25, ФГБОУ ВО «ГИПУ», Телефон: (341 41) 5–32–29.

E-mail: uch-fiz@mail.ru, kropach@bk.ru

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Глазовский государственный инженерно-педагогический университет имени В. Г. Короленко»

Журнал «Учебная физика» зарегистрирован Комитетом Российской Федерации по печати 4 февраля 1997 года, регистрационный № 015686; внесены изменения в запись о регистрации средства массовой информации Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) 2 мая 2017 года, ПИ № ФС77–69506.

Подписной индекс: 79876.

Использование и перепечатка материалов допускаются только по договоренности с редакцией журнала.

Сдано в набор 02.12.25. Подписано в печать 24.12.25.

Дата выхода в свет: 25.12.25.

Формат 60 × 90 1/16. Усл. печ. л. 4,75.

Заказ 172. Тираж 200 экз. Цена свободная.

Первая страница обложки: Современный вариант демонстрационного анализатора линейно поляризованного света (Майер В. В., Вараксина Е. И., Васильев И. А. Физические основы робототехники: совершенствование демонстрационного анализатора линейно поляризованного света // Учебная физика. — 2024. — № 4. — С. 31–50.)

Научная статья

ББК 74.262.23

УДК 534.1:378

С. В. Панькова, В. Г. Соловьёв

И. И. Толбухина, А. О. Юлина

ИЗУЧЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ
КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО СТЕРЖНЯ
В УНИВЕРСИТЕТСКОМ ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ

Статья содержит результаты теоретического и экспериментального изучения изгибных механических колебаний закрепленного на одном конце упругого стержня с дополнительным грузом на свободном конце и без этого груза. Новизна методического подхода авторов заключается в создании ранее не существовавшего элемента учебного материала, объединяющего теорию явления и соответствующий эксперимент, доказывающий ее истинность. Практическая значимость работы связана с возможностью постановки и проведения описанного учебного эксперимента студентами старших курсов на простом и доступном оборудовании.

Ключевые слова: учебный физический эксперимент, механические колебания, упругий стержень.

S. V. Pan'kova, V. G. Solovyev

I. I. Tolbukhina, A. O. Yulina

STUDY OF TRANSVERSAL MECHANICAL
VIBRATIONS OF AN ELASTIC ROD
IN A UNIVERSITY PHYSICS WORKSHOP

The article contains the results of a theoretical and experimental study of bending mechanical vibrations of an elastic rod fixed at one end with an additional load at the free end and without this load. The novelty of the authors' methodological approach lies in the creation of a previously non-existent element of the educational material that combines the theory of the phenomenon and the corresponding experiment that proves its truth. The practical significance of the work is related to the possibility of setting up and conducting the described educational experiment by senior students on simple and affordable equipment.

Keywords: educational physical experiment, mechanical vibrations, elastic rod.

DOI: 10.62957/2307-5457-2025-4-39-49

1. Введение

В разделе «Механика» вузовского курса общей физики на младших курсах обычно исследуются на опыте колебания простейших гармонических осцилляторов с одной степенью свободы [1]. Однако при изучении в соответствующих разделах общей [2, 3] и теоретической [4, 5] физики, а также во вводных [6, 7] и специальных курсах [8, 9] теории свободных и вынужденных колебаний дискретных и распределенных сложных систем, на наш взгляд, целесообразно предложить студентам–старшекурсникам выполнить не только виртуальные лабораторные работы [10, 11], но и провести реальные физические эксперименты, посвященные исследованию этих процессов в физическом практикуме [12]. Цель описываемой лабораторной работы, которая может быть поставлена в рамках университетского курса по выбору на достаточно простом и доступном оборудовании, состоит в изучении поперечных колебаний системы с распределенными и сосредоточенными параметрами (упругого стержня без груза и с грузом на не закрепленном конце) и определении модуля Юнга и скорости распространения звуковых волн в стали.

2. Теория поперечных колебаний, возникающих при изгибе упругого стержня

Как известно, при деформации изгиба упругого стержня (рис. 1) его наружные слои (волокна), лежащие по одну сторону от некоторой нейтральной линии NN' , растягиваются, а внутренние слои, лежащие по другую сторону от этой линии, сжимаются. Длина самой нейтральной линии при изгибе остается постоянной и равной l_0 — длине не деформированного стержня. При этом можно считать, что в результате изгиба все продольные волокна стержня (AA' , NN' , BB' и параллельные им) перейдут в дуги окружностей с центрами, лежащими на оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости изгиба (то есть плоскости рис. 1). Направим в плоскости изгиба ось X вдоль нейтральной линии не деформированного стержня, а ось Y — перпендикулярно к ней. Тогда длина волокна, находящегося на расстоянии

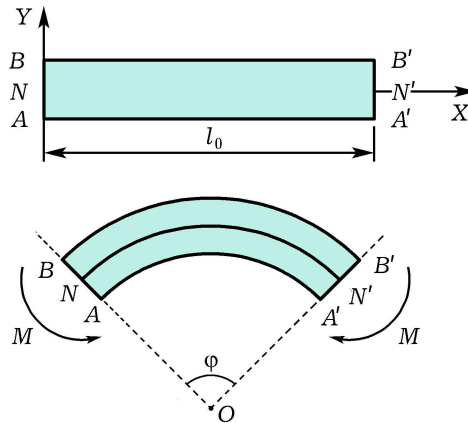


Рис. 1. Деформация изгиба упругого стержня

y от нейтральной линии, после изгиба будет равна $l = (R + y)\varphi$, где R — радиус кривизны нейтральной линии, для которой $l_0 = R\varphi$ (φ — центральный угол, опирающийся на дугу NN'). Заметим, что при $y > 0$ волокна растягиваются, а при $y < 0$ — сжимаются.

Абсолютное удлинение волокна, лежащего на расстоянии y от нейтральной линии, будет равно $\Delta l = l - l_0 = y\varphi$, а относительное удлинение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{y\varphi}{R\varphi} = \frac{y}{R}.$$

По закону Гука возникающее при этом нормальное механическое напряжение:

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{Ey}{R}, \quad (1)$$

где E — модуль Юнга. Таким образом, нормальные напряжения распределены по сечению стержня по линейному закону. Вычислим теперь изгибающий момент M , проведя ось вращения через точку нейтральной линии перпендикулярно плоскости рис. 1:

$$dM = dF \cdot y = \sigma ds \cdot y = \frac{Ey^2 ds}{R},$$

откуда после интегрирования получим:

$$M = \frac{E}{R} \int y^2 ds = \frac{E}{R} \cdot I, \quad (2)$$

где величина

$$I = \int y^2 ds \quad (3)$$

называется «моментом инерции поперечного сечения» стержня. Это название в курсе сопротивления материалов вводится по аналогии с известным из механики моментом инерции твердого тела $I = \int y^2 dm$, вращающегося вокруг оси, где dm — масса материальной точки, находящейся на расстоянии y от оси вращения. Следует, однако, иметь в виду, что «момент инерции поперечного сечения», определяемый формулой (3), является чисто геометрическим понятием. Для сплошного однородного стержня круглого сечения радиусом r «момент инерции поперечного сечения»

$$I = \frac{\pi r^4}{4}. \quad (4)$$

Если в выбранной на рис. 1 системе координат уравнение нейтральной линии имеет вид $y = y(x)$, то радиус ее кривизны R может быть рассчитан по формуле [13]:

$$R = \frac{(1 + (y')^2)^{3/2}}{y''}. \quad (5)$$

Если изгиб стержня мал ($y' \ll 1$), то $R = 1/y''$, поэтому уравнение (2) принимает вид:

$$M = EIy'' \quad (6)$$

Поместим начало координат в неподвижную точку O нейтральной линии (рис. 2), ось OX направим вдоль нейтральной линии не деформированного стержня, ось OY — в направлении действия силы.

Через произвольную точку B с координатой $x = OB$ проведем сечение, нормальное к нейтральной линии, и рассмотрим равновесие части BA изогнутого стержня. Для равновесия необходимо, чтобы со стороны части OB на часть BA действовала сила, равная и противоположная силе F , поскольку согласно первому условию равновесия сумма проекций сил на ось OY должна равняться нулю. С другой стороны, согласно второму условию равновесия момент (6) упругих сил, действующих в нормальном сечении, проведенном через точку B , должен уравновешивать внешний момент пары сил $(\vec{F}, -\vec{F})$:

$$M = EIy'' = F(l - x). \quad (7)$$

В результате интегрирования этого дифференциального уравнения с учетом граничных условий получим:

$$y(x) = \frac{Fx^2}{2EI} \cdot \left(l - \frac{x}{3}\right) \quad (8)$$

и

$$y_A = \frac{Fl^3}{3EI}. \quad (9)$$

В частности, для стержня круглого сечения с учетом формулы (4):

$$y_A = \frac{4Fl^3}{3\pi r^4 E}. \quad (10)$$

Таким образом, при изгибе стержня круглого сечения на его конце в точке A возникает упругая сила

$$F = \frac{3\pi r^4 E y_A}{4l^3} = k y_A,$$

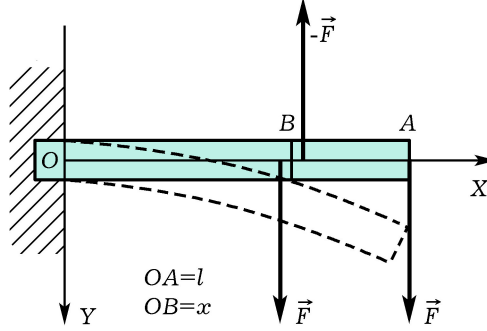


Рис. 2. Изгиб стержня, жестко закрепленного одним из своих концов

поэтому в соответствии с известной теорией свободных гармонических колебаний частота малых колебаний груза массой m , закрепленного на конце такого стержня, определяется по следующей формуле:

$$\nu = \frac{r^2}{4} \sqrt{\frac{3E}{\pi m}} \cdot l^{-3/2}. \quad (11)$$

При выводе формулы (11) пренебрегают как размерами груза по сравнению с длиной стержня, так и массой стержня по сравнению с массой груза.

В качестве примера колебательной системы с распределенными параметрами рассмотрим закрепленный на одном конце массивный упругий стержень без дополнительного груза на свободном конце, совершающий поперечные колебания в плоскости рис. 2. Движение бесконечно малого элемента стержня (рис. 3) с длиной dx и массой $dm = \rho S dx$ (где S — площадь поперечного сечения стержня, ρ — его плотность) происходит под действием усилий, приложенным к торцам этого элемента со стороны оставшихся частей стержня (действием силы тяжести пренебрегаем): тангенциальных (касательных) сил $F(x)$ и $F(x + dx)$ и изгибающих моментов $M(x)$ и $M(x + dx)$.

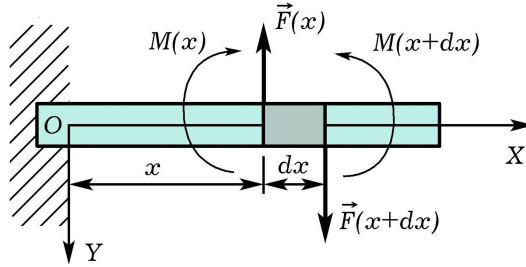


Рис. 3. Движение бесконечно малого элемента при изгибе стержня

Составим уравнения движения рассматриваемого элемента, пренебрегая его вращением относительно оси, перпендикулярной плоскости рис. 3:

$$\begin{cases} F(x + dx) - F(x) = \frac{\partial F}{\partial x} dx = dm \ddot{y} = \rho S dx \ddot{y}, \\ M(x + dx) - M(x) = \frac{\partial M}{\partial x} dx = -F dx. \end{cases}$$

Отсюда $F' = \rho S \ddot{y}$ и $F = -M'$ (штрихи обозначают дифференцирование по переменной x , а точки — дифференцирование по времени).

Тогда с учетом (6) получим:

$$y'''' + \frac{\rho S}{EI} \ddot{y} = 0, \quad \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EI} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (12)$$

Будем искать решение дифференциального уравнения в частных производных (12) в виде

$$y(x, t) = A(x) \cdot \cos(\omega t + \delta). \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12), получим:

$$\frac{d^4 A}{dx^4} = \alpha^4 A, \quad (14)$$

и

$$\alpha^4 = \omega^2 \frac{\rho S}{EI}. \quad (15)$$

Решение дифференциального уравнения (14) обычно представляют в виде:

$$A(x) = C_1 S(x) + C_2 T(x) + C_3 U(x) + C_4 V(x), \quad (16)$$

где функции

$$\begin{cases} S(x) = 0,5 \cdot (\operatorname{ch} \alpha x + \cos \alpha x), \\ T(x) = 0,5 \cdot (\operatorname{sh} \alpha x + \sin \alpha x), \\ U(x) = 0,5 \cdot (\operatorname{ch} \alpha x - \cos \alpha x), \\ V(x) = 0,5 \cdot (\operatorname{sh} \alpha x - \sin \alpha x) \end{cases} \quad (17)$$

называют функциями Крылова (в честь выдающегося кораблестроителя, механика и математика Алексея Николаевича Крылова, который ввел эти функции). Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 определяются из начальных и граничных условий, которые в данном случае имеют вид:

$$A(0) = 0, \quad A'(0) = 0, \quad A''(l) = 0, \quad A'''(l) = 0. \quad (18)$$

Отсюда следует, что $C_1 = C_2 = 0$ и

$$\operatorname{ch} \alpha l \cdot \cos \alpha l + 1 = 0. \quad (19)$$

Уравнение (19) позволяет определить частоты нормальных колебаний стержня. Корни этого уравнения проще всего найти графическим способом. При этом первые три корня $\alpha_1 l \approx 1,875$; $\alpha_2 l \approx 4,694$; $\alpha_3 l \approx 7,855$, а все последующие достаточно большие корни практически очень близки к значениям $(2k + 1)\pi/2$, где k — целое число.

Отсюда с учетом (15) и (4) можно найти наименьшую частоту собственных колебаний круглого стержня, закрепленного на одном конце [8, 9]:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\alpha_1^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} = \frac{1,875^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{E\pi r^4}{4\rho\pi r^2}} = \frac{3,52r}{4\pi l^2} \cdot v = 0,28rvl^{-2}, \quad (20)$$

где

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (21)$$

— скорость распространения продольной звуковой волны в материале стержня.

3. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 4. В предлагаемой лабораторной работе исследуются поперечные колебания закрепленного на одном конце вертикального круглого стального стержня (велосипедной или вязальной спицы диаметром около 2 мм). Колебания стержня возбуждаются с помощью электромагнита, подключенного к выходу «5 Ом» школьного звукового генератора (например, ГЗШ-63).

Наименьшую частоту собственных колебаний стержня находят экспериментально, меняя частоту переменного сигнала генератора и добиваясь резонанса, при котором амплитуда колебаний не закрепленного конца стержня максимальна (рис. 5). Определяя резонансную частоту по показаниям на шкале звукового генератора, следует иметь в виду, что частота колебаний стержня, изготовленного из магнитомягкого ферромагнетика, вдвое больше частоты сигнала звукового генератора.

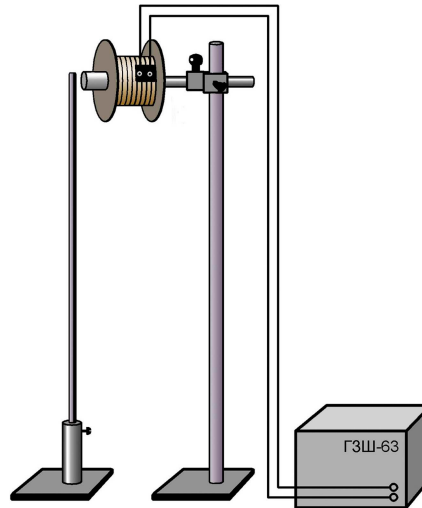


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

4. Выполнение работы

1. Исследуют экспериментально зависимость частоты собственных колебаний грузика, закрепленного на конце упругого стального

стержня, от расстояния l от точки закрепления стержня до центра масс грузика. С этой целью для каждого из 10–15 значений l в интервале от 4 см до 10 см находят резонансную частоту колебаний (при которой амплитуда колебаний грузика максимальна), возбуждая их с помощью электромагнита, подключенного к выходу «5 Ом» звукового генератора ГЗШ–63. При этом можно считать, что точка закрепления стержня находится на пересечении его оси с осью прижимного винта. Ось сердечника электромагнита должна располагаться перпендикулярно оси стержня и проходить примерно через центр масс грузика. Оптимальное усиление на звуковом генераторе и расстояние от электромагнита до стержня в каждом случае подбирается экспериментально с учетом того обстоятельства, что в соответствии с формулой (9) амплитуда колебаний конца стержня с ростом его длины быстро возрастает (при резонансе нужно избегать ударов груза о сердечник электромагнита).



Рис. 5. Резонансные колебания стержня

2. Проверяют, в какой степени формула (11) согласуется с полученными в эксперименте результатами. С этой целью представляют исследованную зависимость графически в таких координатах, чтобы ожидаемый график представлял собой прямую линию. Проведя по методу наименьших квадратов наилучшую прямую через экспериментальные точки, оценивают по тангенсу угла наклона этой прямой отклонение ее от теоретических предсказаний, полученных в рамках рассмотренной модели.

3. Зная массу грузика ($m = 5$ г), определяют модуль Юнга E стали, из которой изготовлен стержень, с помощью формулы (11).

4. Расположив вблизи оси электромагнита свободный конец стержня (без дополнительного грузика), исследуют экспериментально аналогичным образом зависимость наименьшей резонансной частоты нормальных колебаний этой системы с распределенными параметрами от длины стержня, получив 10–15 точек в интервале длин от 8 см до 18 см.

5. Убедившись в справедливости зависимости (20) с помощью построенного по экспериментальным точкам графика, определяют с

помощью формулы (20) скорость распространения звуковых волн в стали, из которой изготовлен исследуемый стержень.

5. Контрольные вопросы

1. Рассчитать «моменты инерции поперечных сечений» круглого стержня, балки прямоугольного сечения и цилиндрической трубы.
2. Из круглого бревна известного диаметра требуется изготовить балку прямоугольного поперечного сечения, чтобы ее изгиб при заданной нагрузке был минимальным. Определить ширину и толщину такой балки.
3. Убедиться подстановкой, что каждая из функций Крылова (17) является частным решением дифференциального уравнения (14).
4. Объяснить физический смысл граничных условий (18).
5. Какие величины можно откладывать по осям координат, чтобы линеаризовать зависимости резонансной частоты колебаний стержня от его длины, описываемые формулами (11) и (20)?
6. Почему частота колебаний стержня вдвое больше частоты сигнала звукового генератора?
7. В каких приборах и устройствах происходят описанные в лабораторной работе процессы?

6. Пример результатов проведения эксперимента

Описанная лабораторная работа была поставлена в физическом практикуме курса по выбору на кафедре физики Псковского государственного университета. Полученные в ходе студенческого

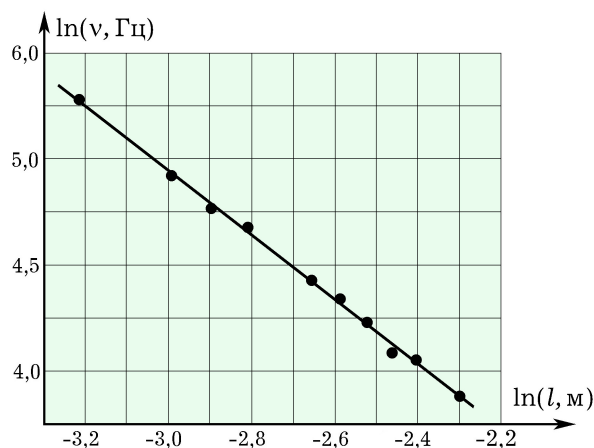


Рис. 6. Зависимость частоты ν свободных колебаний груза, закрепленного на конце упругого стального стержня, от его длины l

эксперимента результаты приведены на графиках (рис. 6 и 7) в двойном логарифмическом масштабе.

Абсолютные величины тангенса угла наклона прямых, проведенных через экспериментальные точки по методу наименьших квадратов (1,55 для рис. 6 и 2,04 для рис. 7), подтверждают удовлетворительное согласие теории с экспериментом (см. формулы (11) и (20) соответственно).

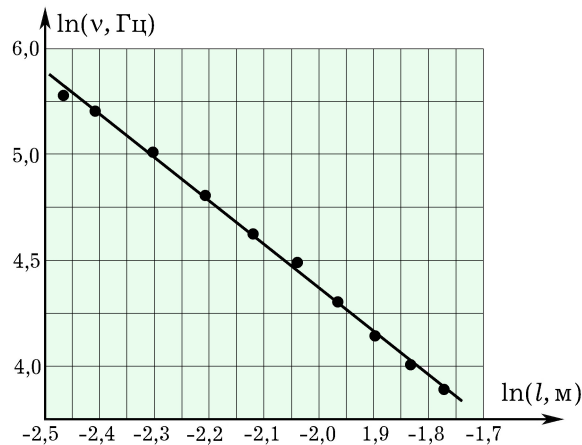


Рис. 7. Зависимость частоты ν свободных колебаний упругого стального стержня от его длины l

Значения модуля Юнга исследованной стали $E = (190 \pm 7)$ ГПа с доверительной вероятностью 95% и скорости распространения звуковых волн в ней $v = (5190 \pm 190)$ м/с с доверительной вероятностью 95%, рассчитанные на основе экспериментальных данных с учетом статистической и приборной погрешностей, также вполне удовлетворительно согласуются с известными из литературы величинами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Механические колебания. Лабораторный практикум: пособие / И. Л. Дорошевич и др. — Минск: БГУИР, 2022. — 70 с. — URL: <https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/49118> (дата обращения: 22.12.2024).
2. Алешкевич В. А., Деденко Л. Г., Караваев В. А. Колебания и волны. Лекции. (Университетский курс общей физики). — М.: Физический факультет, МГУ, 2001. — 144 с. — URL: <https://djvu.online/file/VQ4lbqrJnhksd> (дата обращения: 20.12.2024).
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Т. 1. Механика. — М.: Физматлит, 2005. — 560 с. — URL: <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Sivuxin-t1-1979ru.pdf> (дата обращения: 22.12.2024).
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 1. — М.: Физматлит, 2012. — 224 с. — URL: <http://www.phys.nsu.ru/serebr/wp-content/uploads/2020/03/LL1.pdf> (дата обращения: 22.12.2024).

5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 7. — М.: Физматлит, 2007. — 259 с. — URL: https://ftfsite.ru/wp-content/files/landau_tf7-teorurug_3.2.pdf (дата обращения: 22.12.2024).
6. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. — СПб.: Лань, 2005. — 440 с.
7. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. — Л.: Наука, 1989. — 252 с. — URL: <http://www.physics.gov.az/book-V/Panovko.pdf> (дата обращения: 22.12.2024).
8. Бабаков И. М. Теория колебаний: Учебное пособие. — М.: Дрофа, 2004. — 591 с.
9. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. — М.: Высшая школа, 1980. — 408 с. — URL: http://rk5.1gb.ru/books/Teor_Kolebaniy/Biderman-teor-coleb.pdf (дата обращения: 22.12.2024).
10. Власов Ю. Л. Колебания механических систем. Лабораторный практикум: Учебное пособие. — Оренбург: Оренбургский государственный университет, 2011. — 165 с.
11. Семенихина Д. В. Компьютерный лабораторный практикум по теории колебаний: Учебное пособие. Часть 1. — Таганрог: Издательство ЮФУ, 2015. — 84 с. — URL: <https://avidreaders.ru/book/kompyuternyy-laboratornyy-praktikum-po-teorii-kolebaniy.html> (дата обращения: 22.12.2024).
12. Лабораторный практикум по физике: Учебное пособие для втузов / Б. Ф. Алексеев, К. А. Барсуков, И. А. Войцеховская и др. Под ред. К. А. Барсукова, Ю. И. Уханова. — М.: Высшая школа, 1988. — 350 с.
13. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. — М.: Наука, 1974. — 176 с. (С. 56). — URL: <https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Pogorelov1974ru.pdf> (дата обращения: 22.12.2024).

Военная академия связи
им. С. М. Буденного;
Псковский государственный
университет;
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

Поступила в редакцию 25.12.24.