

Научная статья

ББК 74.262.23

УДК 372.853

И. В. Гребенев, П. В. Казарин,
Ю. В. Полуштайцев, Н. Ф. Услугин

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Предлагается техника и методика применения лекционного эксперимента по измерению зависимости концентрации частиц от высоты. Стальные шарики в вертикальной кювете со стеклянными стенками играют роль частиц, участвующих в хаотическом движении, которое инициируется вибрирующим дном кюветы. Видеосъемка кюветы сдвигающимися шариками ведется на стандартную веб-камеру. Разработанная программа обработки изображений в реальном времени определяет вертикальные координаты частиц, проводит усреднение по нескольким кадрам, строит графики измеренной зависимости средней концентрации частиц от высоты и функций, аппроксимирующих экспериментальные кривые.

Ключевые слова: лекционный эксперимент, распределение Больцмана, обработка изображений в реальном времени.

I. V. Grebenev, P. V. Kazarin,
Yu. V. Polushtaytsev, N. F. Uslugin

DEMONSTRATION EXPERIMENT FOR STUDYING THE BOLTZMANN DISTRIBUTION

We offer a technique and methodology for using a lecture experiment to measure the dependence of particle concentration on height. Steel balls in a vertical cell with glass walls play the role of particles participating in the chaotic movement, which is initiated by the vibrating bottom of the cuvette. Video recording of the cuvette with moving balls is carried out using a standard web camera. The developed real-time image processing program determines the vertical coordinates of particles, performs averaging over several frames, and plots graphs of the measured dependence of the average particle concentration on height and functions that approximate the experimental curves.

Keywords: lecture experiment, Boltzmann distribution, real-time image processing.

DOI: 10.62957/2307-5457-2024-3-42-51

Распределение Больцмана — одна из важнейших закономерностей, изучаемых в курсе молекулярной физики [1]. Согласно ей, концентрация частиц вещества n при наличии консервативного силового поля и в условиях изотермичности, определяется температурой T и потенциальной энергией E_p частицы в рассматриваемой точке поля:

$$n = n_0 e^{-E_p/kT},$$

где n_0 — концентрация частиц в точке с нулевой потенциальной энергией.

Частным случаем распределения Больцмана является так называемая барометрическая формула, описывающая связь концентрации молекул газа, находящегося в однородном поле силы тяжести, с высотой h :

$$n(h) = n_0 e^{-mgh/kT},$$

где g — ускорение свободного падения, а m — масса молекулы.

Курс молекулярной физики в методическом отношении довольно бедно поддерживается демонстрациями и лабораторными работами. Это обстоятельство усложняет познавательную деятельность учащихся при изучении этого раздела физики. Так, например, практически единственной экспериментальной опорой при изучении распределения Больцмана являются механические модели распределения частиц, подбрасываемых в поле тяжести вибрирующим основанием. Техника этого опыта совершенствовалась от подпрыгивания шариков на диффузоре громкоговорителя [2] до разработки специальных демонстрационных устройств.

Очевидно, что вместе с техникой необходимо совершенствовать и методику эксперимента. В частности, для формирования важнейших физических закономерностей, как основ теорий, чрезвычайно полезно использовать такие методики, которые дают возможность подчеркивать не просто качественное совпадение с теорией, но и подтверждать зависимости между физическими величинами в форме математического выражения. В этом случае найденная зависимость становится связующим звеном между экспериментом и теорией: между физикой и математикой как языком физических уравнений [3].

В ходе лекционного эксперимента, как правило, не устанавливаются точных формул, а только вскрываются зависимости между физическими величинами. Поэтому нет необходимости измерять ту или иную величину в абсолютных единицах, а

можно для иллюстрации справедливости результата, полученного при теоретическом рассмотрении явления, обойтись измерением в относительных единицах.

Исходя из этих методических соображений, нами разработано устройство, позволяющее наблюдать в вертикально расположенной кювете экспоненциальную зависимость распределения концентрации частиц от высоты (распределение Больцмана).

Для демонстрации распределения Больцмана типовая установка ФД-201¹ дополнена веб-камерой. Разработана программа обработки изображений, которая в реальном времени определяет вертикальные координаты частиц, проводит усреднение по нескольким кадрам, строит график зависимости средней концентрации частиц от высоты, аппроксимирует полученную зависимость экспоненциальной функцией.

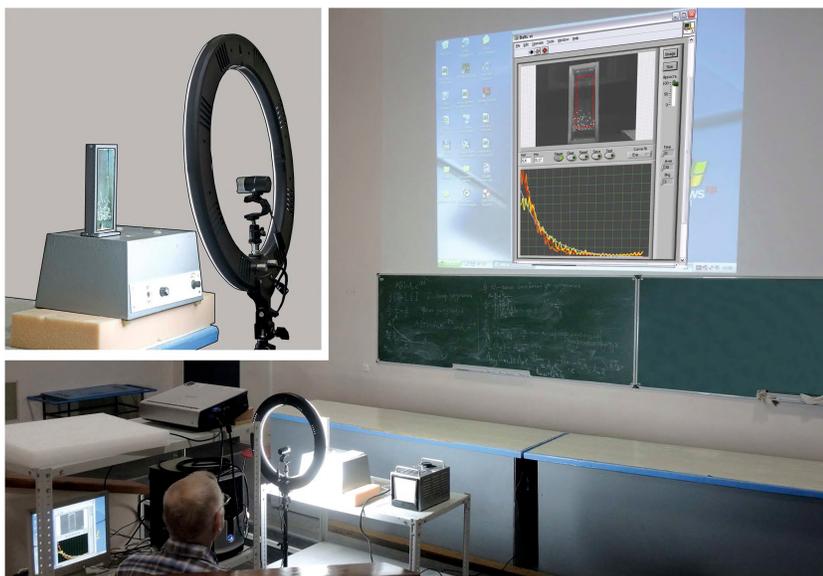


Рис. 1. Вид демонстрационной установки в лекционном зале. В верхнем левом углу — фотография самой установки

¹ Установка для демонстрации больцмановского распределения молекул в поле тяготения, выпускавшаяся экспериментально-производственным предприятием Карагандинского политехнического института (в настоящее время — Карагандинский государственный технический университет).

На рис. 1 приведен момент подготовки демонстрационной установки к лекции. В верхнем левом углу вмонтировано увеличенное фото самой установки.

На рис. 2 схематично изображена механическая часть демонстрационной установки. В вертикальной кювете 1 с прозрачными стенками находятся стальные шарики 2. Дно кюветы — поршень 3, возвратно-поступательное движение которого обеспечивается электродвигателем 6 через кулисный механизм 4 и 5. Частоту колебаний поршня можно менять, моделируя тем самым изменение «температуры» хаотического движения шариков. Количество шариков (~ 100) в кювете подобрано таким образом, чтобы с одной стороны столкновения между шариками были достаточно частыми, а с другой стороны, чтобы шариками в своем движении не заслоняли друг друга.

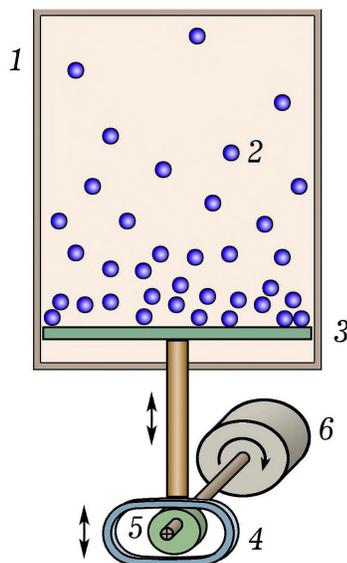


Рис. 2. Схема механического узла установки

Для корректной работы программы обработки изображений *смазанность* изображений шариков из-за их движения не должна превышать 20–30% от размера самого шарика, что приводит к необходимости работы с короткими выдержками (менее 1/500 с) и, в свою очередь, требует хорошего освещения кюветы. В частности, нами использовалась кольцевая светодиодная фотолампа мощностью 40 Вт.

Технические характеристики современных матричных фотоприемников позволяют регистрировать распределения интенсивности света в широком диапазоне параметров. В учебном (лекционном) эксперименте зачастую удается использовать относительно недорогие и широко распространенные веб-камеры. В случаях, когда предполагается демонстрировать аудитории не только регистрируемые камерой изображения, но и результат более-менее сложной обработки этих изображений, применяются специальные программы [4, 5, 6].

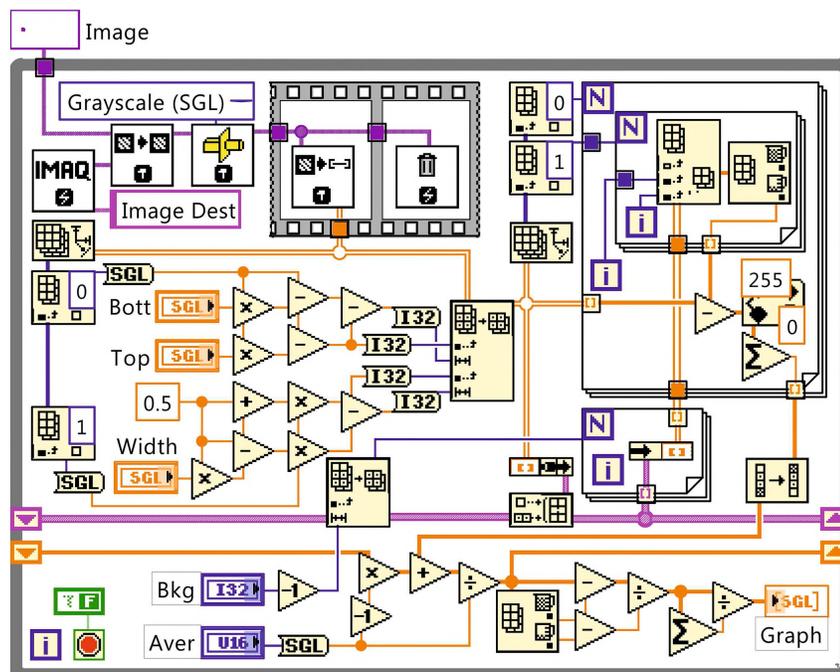


Рис. 3. Фрагмент программы обработки сигнала веб-камеры, написанной в среде программирования *LabView*

Программа, предназначенная для получения функции распределения частиц по высоте, была написана в пакете *LabView* [7]. Указанная программа в режиме реального времени выполняет необходимую обработку изображения, полученного в цифровом формате с ПЗС-матрицы камеры. На рис. 3 представлен фрагмент разработанной программы. Веб-камера осуществляет непрерывную съемку кюветы сдвигающимися в ней шариками. Программа обработки изображений захва-

тывает кадр, преобразует цветное изображение в яркостное распределение, выделяет фрагмент, соответствующий размеру кюветы (границы области задаются вручную при настройке установки), запоминает этот фрагмент в буфере в виде двумерной матрицы значений яркости. В этом буфере хранятся также два предыдущих фрагмента. Сравнение трех захваченных (соседних) изображений позволяет выделить сигнал фоновой засветки, который вычитается из текущего фрагмента. В результате такой обработки получается матрица, содержащая только изображение шариков на черном (нулевом) фоне.

Алгоритм дальнейшей обработки можно пояснить с помощью рис. 4. В правом нижнем углу рисунка показано изображение фрагмента кюветы с шариками уже после вычитания фона, другими словами — изображение матрицы значений яркости, записанной в буфер. Сверху приведен график распределения яркости в одной из строк изображения (на самом изображении эта строка выделена горизонтальной белой линией). Видно, что в этой строке находятся два шарика. Фактически указанные шарика *отметятся* и в соседних строках — диаметр шариков соответствует примерно десяти строкам матрицы. Алгоритм обработки изображения предусматривает суммирование по строкам. Получившийся столбец (вектор) несет информацию о количестве шариков и их вертикальных координатах в момент захвата кадра. Слева от фрагмента-матрицы приведен график с изображением такого вектора, получившегося в результате обработки одного кадра. В этом графике по оси ординат отложена вертикальная координата кюветы (в некотором масштабе), а по оси абсцисс — величина, пропорциональная количеству частиц, находящихся в данный момент на соответствующей высоте. Фактически это и есть искомое распределение частиц по высоте.

По виду полученного графика можно сделать вывод, что количество шариков в кювете совершенно недостаточно для получения качественного распределения плотности частиц по высоте. Программа предусматривает процедуру усреднения по нескольким кадрам (10, 20, 50). Для этого, после формирования вектора-распределения частиц по высоте, управляющая программа производит захват очередного кадра, обрабатывает его по вышеописанной процедуре и получившийся вектор суммирует с предыдущим. Одновременно происходит расчет параметров аппроксимирующей функции, в качестве которой используется экспонента. Формирование графиков распределения частиц по высоте предусматривает также подбор масшта-

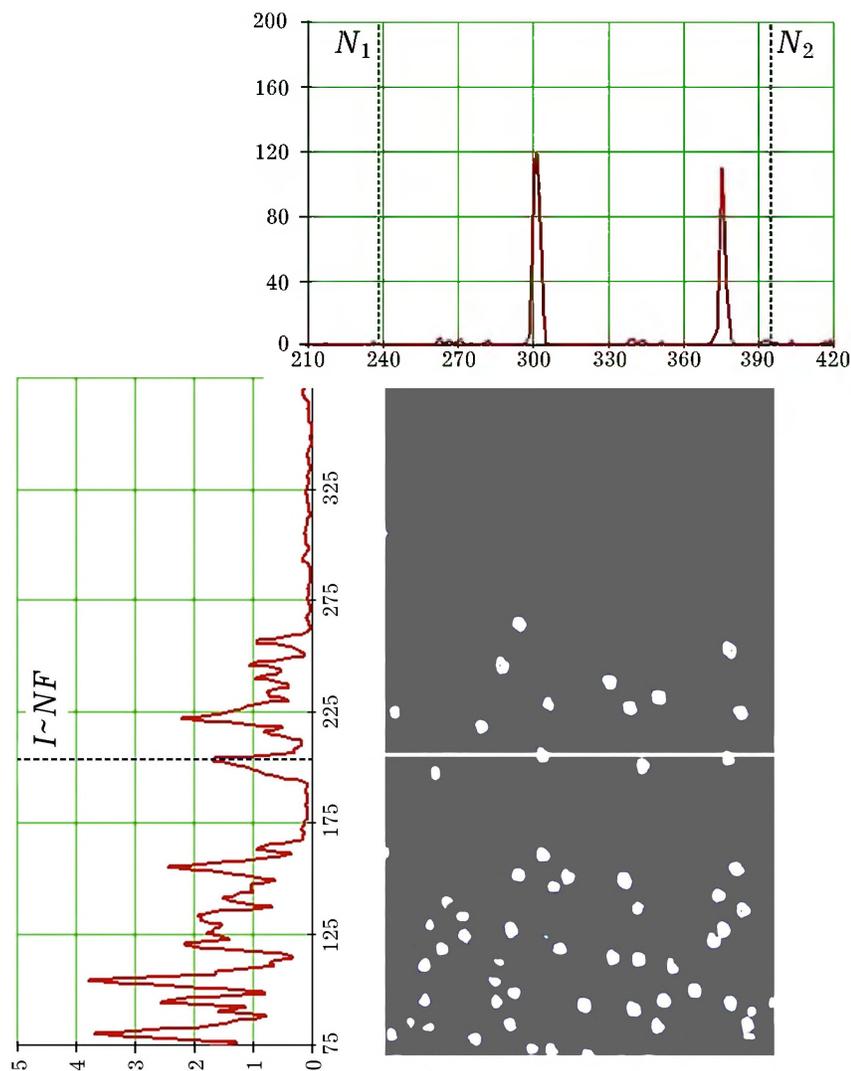


Рис. 4. Композиция для пояснения работы программы в режиме измерения зависимости концентрации частиц от высоты

бов и нормировку. Полученные графики в реальном времени выводятся на монитор, поэтому студенты могут наблюдать процесс усреднения вживую.

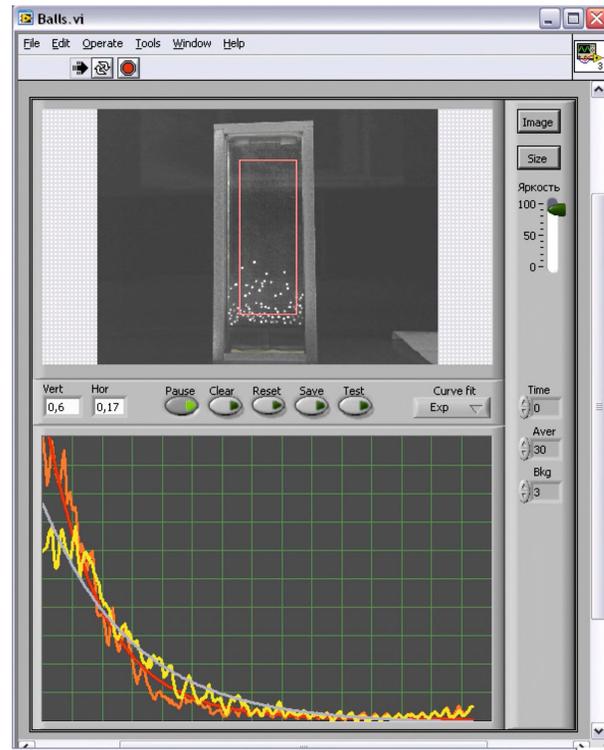


Рис. 5. Изображение на экране монитора с результатами измерения зависимости концентрации частиц от высоты

Интерфейс программы выполнен в дизайне, характерном для технологии *LabView* (см. рис. 5). Сверху расположен экран, на который непрерывно выводится изображение с видеокамеры. На это изображение наложена цветная рамка, выделяющая фрагмент, в котором и осуществляется обработка. Снизу в виде графиков приводятся получающиеся распределения плотности частиц. Имеются несколько виртуальных кнопок, при *нажатии* которых выпадают меню управления: параметрами работы камеры (чувствительность, выдержка и др.), программой обработки изображений (задание границ фрагмента, количества усредняемых кадров, вид аппроксимирующей функции и т. п.). Кроме этого, имеются кнопки начала суммирования, прекращения суммирования, очистки буфера и т. п.

Один из возможных вариантов использования установки на лекции заключается в следующем. Сначала демонстрируется движение шариков в кювете при различных частотах вибрирующего дна. Обращается внимание на увеличение интенсивности движения шариков при повышении частоты колебаний (при неизменной амплитуде), что можно истолковать как повышение температуры «газа». При этом качественно видно изменение распределения концентрации частиц с высотой. Затем, при малой интенсивности движения шариков, включается режим суммирования и начинается построение функции распределения концентрации частиц с высотой. Хорошо видно, как по мере набора статистики формируется все более сглаженный график, а аппроксимирующая экспонента становится все ближе к получающемуся распределению. Сохраняем изображение полученного распределения (вместе с аппроксимирующей кривой).

В этом месте демонстрации для активизации познавательной деятельности студентов полезно спросить их, как зависит вид распределения Больцмана от температуры, и что будет, если увеличить среднюю кинетическую энергию шариков в нашем опыте?

Теперь для контроля правильности представлений студентов можно «увеличить температуру в кювете» (увеличить интенсивность движения шариков) и повторно провести усреднение. Графики, приведенные на рис. 5, как раз и соответствуют такому варианту наблюдения. График оранжевого цвета показывает зависимость концентрации частиц от высоты при низкой температуре (аппроксимирующая кривая красная). Распределение при большей температуре — желтая кривая (аппроксимирующий график серый).

В качестве одного из вариантов применения этого эксперимента возможно проведение его в начале изучения темы, как экспериментальной основы для получения соответствующих математических выражений.

Таким образом, описываемая установка позволяет не только наблюдать качественную картину распределения частиц в поле силы тяжести, но и убеждает студентов в правильности математической формулировки распределения Больцмана. Кроме этого, описанная методика эксперимента допускает проведение количественного сравнения распределений, соответствующих разным температурам. Тем самым эксперимент не только дополняет теоретические выводы при изучении важнейшей статистической закономерности, но может служить

эмпирическим основанием теории при изучении распределения Больцмана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики: учеб. пособие: для вузов в 5 томах. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 544 с.
2. Учебный эксперимент по молекулярной физике и теплоте / Ред.-сост. В. Ф. Гудкова. — М.: Школа-Пресс, 1995. — 96 с.
3. Шахмаев Н. М., Шилов В. Ф. Физический эксперимент в средней школе: Механика. Молекулярная физика. Электродинамика. — М.: Просвещение, 1989. — 255 с.
4. Ханнанов Н. К., Хоменко С. В., Сазонов М. М., Поваляев О. А. Использование веб-камеры для повышения наглядности демонстрационного эксперимента по физике // Физическое образование в вузах. — 2011. — Т. 17, № 1. — С. 59–67.
5. Майер В. В., Данилов О. Е. Исследование волновых полей методом компьютерного сканирования // Учебная физика. — 2005. — № 1. — С. 153–186.
6. Казарин П. В., Полуштайцев Ю. В., Услугин Н. Ф. Лекционные опыты по демонстрации дифракции света в системе университетского физического образования // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. — 2017. — Т. 3, № 47. — С. 143–147.
7. LabVIEW DAQ VI Reference for Windows / National Instruments Corp., 1994. — 546 p.

Национальный исследовательский
Нижегородский государственный
университет имени Н. И. Лобачевского;
Институт металлоорганической
химии имени Г. А. Разуваева РАН

Поступила в редакцию 20.03.24.