



СОДЕРЖАНИЕ

Основная школа

- В. В. Майер ПРОСТОЕ И НАДЕЖНОЕ КОЛЕСО ФРАНКЛИНА 3
Ю. А. Корнев

Старшая школа

- В. В. Майер УСТРОЙСТВО И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ
Е. И. Вараксина ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА 8
- В. В. Майер ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ УЧЕБНЫХ
Е. И. Вараксина ОПЫТОВ ПО КРИВОЛИНЕЙНОМУ
И. А. Васильев РАСПРОСТРАНЕНИЮ СВЕТА 20
К. М. Курбоналиев

Высшая школа

- В. В. Майер ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ
Е. И. Вараксина ПРИНЦИПА ГЮЙГЕНСА 24
К. М. Курбоналиев
- В. В. Майер ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭЛЛИПСА В ПАРАБОЛУ 31
А. А. Попова

Компьютер в эксперименте

- С. В. Марков ПРИМЕНЕНИЕ ДАТЧИКА ХОЛЛА
для исследования магнитных полей
в натурном компьютерном эксперименте 36
- Е. И. Вараксина ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ НАГЛЯДНОГО
О. Л. Соколова образа интерференции механических волн 44

Науковедение

Ю. А. Сауров	О СОВРЕМЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ (к 50-летию защиты докторской диссертации В. Г. Разумовским)	49
--------------	---	----

Исследования

Е. И. Вараксина	ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ И ДОКАЗАТЕЛЬНЫЙ УЧЕБНЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ	58
-----------------	--	----

АВТОРЫ ЖУРНАЛА	68
ABSTRACTS	69
СТАТЬИ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ В ЖУРНАЛЕ В 2021 ГОДУ	71

Редакция журнала:

В. В. Майер (главный редактор), Р. В. Акатов, Е. И. Вараксина, Л. С. Кропачева

Редакционный совет:

В. Е. Антонов	д.ф.-м.н., с.н.с., ИФТТ РАН, МГУ, Москва
Л. Д. Григорьева	к.ф.-м.н., доцент, МГУ, Москва
С. С. Назин	к.ф.-м.н., доцент, МГУ, Москва
Г. Г. Никифоров	к.п.н., доцент, ИСРО РАО, Москва
А. Ю. Пентин	к.ф.-м.н., доцент, ИСРО РАО, Москва
Ю. А. Сауров	д.п.н., профессор, член-корр. РАО, Киров
Э. В. Суворов	д.ф.-м.н., профессор, ИФТТ РАН, МГУ, Москва
Я. А. Чиговская-Назарова	к.филол.н., доцент, ректор ГГПИ, Глазов

Оргкомитет конференции:

М. Д. Даммер	д.п.н., профессор, Челябинск
П. В. Зуев	д.п.н., профессор, Екатеринбург
Ю. В. Иванов	к.п.н., доцент, Глазов
Н. Я. Молотков	д.п.н., профессор, Тамбов
Ф. А. Сидоренко	д.ф.-м.н., профессор, Екатеринбург
Т. Н. Шамало	д.п.н., профессор, Екатеринбург

Адрес редакции, издателя и типографии: 427621, Удмуртия, Глазов,
Первомайская, 25, Пединститут, Телефон: (34141) 5-32-29.

E-mail: kropa@bk.ru

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Глазовский государственный педагогический институт имени В. Г. Короленко»

Журнал «Учебная физика» зарегистрирован Комитетом Российской Федерации по печати 4 февраля 1997 года, регистрационный № 015686, перерегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) 2 мая 2017 года, ПИ № ФС77-69506.

Использование и перепечатка материалов допускаются только по договоренности с редакцией журнала.

Сдано в набор 01.12.21. Подписано в печать 09.12.21. Дата выхода в свет: 17.12.21.
Формат 60 × 90 1/16. Усл. печ. л. 4,5.

Заказ 148. Тираж 200 экз. Цена свободная.

Первая страница обложки: Установка для фотографирования дисперсионной кристаллической (Майер В. В., Вараксина Е. И. Нормальная дисперсия света в демонстрационных и лабораторных экспериментах // Учебная физика. — 2021. — № 3. — С. 26–37).

УДК 372.853+372.851

В. В. Майер, А. А. Попова
ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭЛЛИПСА В ПАРАБОЛУ

Рассмотрен переход от уравнения эллипса в канонической форме к уравнению параболы. Это позволяет реализовать единый подход при изучении оптических свойств эллипса и параболы.

Ключевые слова: уравнение эллипса в канонической форме; уравнение кривой второго порядка, отнесенное к ее вершине; уравнение параболы.

1. Введение. В работе [1] предложен дидактический ресурс ученического проекта по теоретическому и экспериментальному исследованию оптических свойств эллипса. Но практически значимыми оптическими свойствами обладает и другая кривая второго порядка — парабола. Изучение математической литературы учебного характера [2, 3] показало, что парабола может быть получена из эллипса, если его растянуть вдоль большой оси. Мы не встречали описаний опытов, подтверждающих, что это действительно можно сделать. Такие опыты имеют смысл в том случае, если обучающиеся овладеют математической теорией, показывающей, что параболу можно считать вырожденным эллипсом, эксцентриситет которого стремится к единице. Целью настоящей статьи является доступное студентам педагогического вуза и продвинутым школьникам изложение учебного варианта указанной теории.

2. Уравнение эллипса в канонической форме. По определению эллипс представляет собой множество точек, для которых сумма расстояний от двух заданных точек есть величина постоянная. Из определения следует способ построения эллипса. На листе бумаги ставят точки F_1 и F_2 , находят середину O отрезка между этими точками и строят декартову систему координат xOy с центром в точке O и осью x , проходящей через F_1 и F_2 (рис. 1). На эти точки накидывают петлю из нерастяжимой нити, длина которой больше расстояния $2c$ между $F_1(-c, 0)$ и $F_2(c, 0)$. Натянув нить карандашом, проводят замкнутую линию, которая и является эллипсом.

Точки F_1 и F_2 называются *фокусами*, проходящая через фокусы ось — *фокальной*, расстояние между фокусами $F_1F_2 = 2c$ — *фокальным расстоянием*, отрезки $F_1M = r_1$ и $F_2M = r_2$ между фокусами и произвольной точкой $M(x, y)$ эллипса — *фокальными радиусами*. Точки $A(-a, 0)$, $B(a, 0)$, $C(0, -b)$ и $D(0, b)$ пересечения эллипса с осями координат называются его *вершинами*, отрезки $AB = 2a$ и $CD = 2b$ — *большой и малой осями эллипса*.

Замечаем, что по построению эллипса с помощью нитяной петли, накинутой на точки фокуса, $r_1 + r_2 + 2c = 2(a + c)$. Отсюда $r_1 + r_2 = 2a$ или по теореме Пифагора:

$$r_1 + r_2 = \sqrt{(c-x)^2 + y^2} + \sqrt{(c+x)^2 + y^2} = 2a. \quad (1)$$

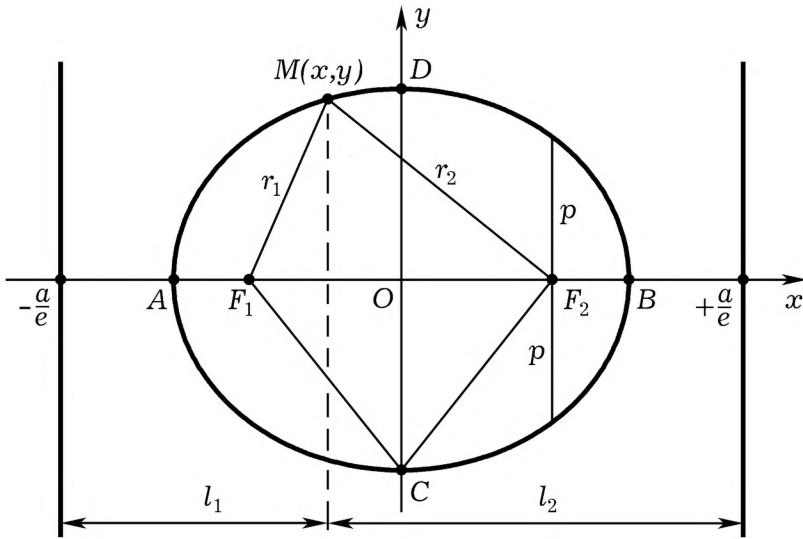


Рис. 1

Переносим второй корень вправо и, возводя это равенство в квадрат, получаем:

$$\underline{c^2} - 2cx + \underline{x^2} + \underline{y^2} = 4a^2 - 4a\sqrt{(c+x)^2 + y^2} + \underline{c^2} + 2cx + \underline{x^2} + \underline{y^2}.$$

После приведения подобных членов и сокращения на $4a$ имеем:

$$\sqrt{(c+x)^2 + y^2} = a + \frac{c}{a}x = r_2. \quad (2)$$

Умножив левую и правую части равенства (2) на a и возведя его в квадрат, получаем:

$$a^2x^2 + 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 + 2a^2cx + c^2x^2.$$

Так как по построению эллипса с помощью петли гипотенуза прямоугольного треугольника OF_2C равна a , то

$$a^2 - c^2 = b^2, \quad (3)$$

и из предыдущего равенства следует: $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Разделив это выражение на a^2b^2 , приходим к уравнению эллипса в *канонической форме*:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (4)$$

3. Геометрические свойства эллипса. Отношение расстояния между фокусами $2c$ к наибольшему диаметру эллипса $2a$ называется *эксцентриситетом*:

$$e = c/a. \quad (5)$$

Из соотношений типа (2) следует, что для любой точки эллипса справедливы равенства:

$$r_1 = a - ex, \quad r_2 = a + ex. \quad (6)$$

Директрисами эллипса называются прямые, параллельные малой оси эллипса и отстоящие от нее на расстояния, равные a/e ; их уравнения имеют вид:

$$x = -\frac{a}{e} \quad \text{и} \quad x = \frac{a}{e}. \quad (7)$$

Обозначим расстояние от произвольной точки $M(x, y)$ до соответствующей директрисы через l , а расстояние до соответствующего фокуса через r (рис. 1). Тогда из формул (6) имеем:

$$r = a - ex = \left(\frac{a}{e} - x\right)e = el, \quad l = \frac{a}{e} - x. \quad (8)$$

Отсюда следует, что отношение r/l для любой точки на кривой одинаково и равно эксцентриситету эллипса:

$$\frac{r}{l} = \frac{r_1}{l_1} = \frac{r_2}{l_2} = e. \quad (9)$$

Половина длины хорды эллипса, проведенной через его фокус перпендикулярно фокальной оси, называется *фокальным параметром* p эллипса (рис. 1). Подставляя в уравнение (4) значения абсцисс фокусов эллипса $x = \pm c$ и учитывая (3), получаем:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - c^2} = \pm \frac{b^2}{a}.$$

Отсюда фокальный параметр эллипса:

$$p = \frac{b^2}{a}. \quad (10)$$

4. Уравнение эллипса, отнесенное к его вершине. Перенесем начало координат в левую вершину эллипса (рис. 2). Тогда из (9): $r = el$ и $p = el'$, следовательно:

$$l = l' + r \cos \varphi = p/e + r \cos \varphi \quad \text{и} \quad r = el = p + re \cos \varphi. \quad (11)$$

Отсюда уравнение эллипса в полярной системе координат:

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}. \quad (12)$$

Расстояние от фокуса F_1 до вершины O эллипса r_{\min} получится при $\varphi = \pi$:

$$r_{\min} = \frac{p}{1 + e}.$$

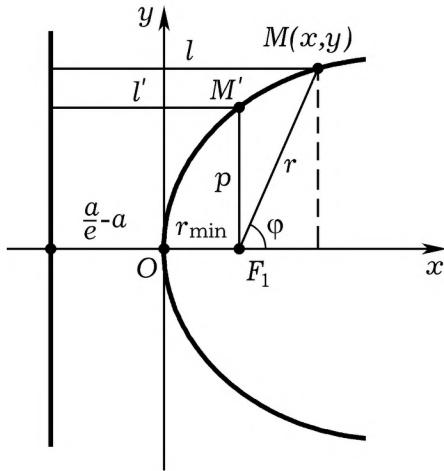


Рис. 2

Так как из рис. 2: $r \cos \varphi = x - r_{\min} = x - p/(1 + e)$, то

$$\cos \varphi = \frac{x}{r} - \frac{p}{(1 + e)r}. \quad (13)$$

Приравнивая выражение (13) к найденному из формулы (12) значению $\cos \varphi = (r - p)/er$, после небольших преобразований получаем:

$$r = ex + \frac{p}{1 + e}. \quad (14)$$

Поскольку $r \sin \varphi = y$ и $r^2 = y^2 + (x - r_{\min})^2$, то

$$r^2 = y^2 + \left(x - \frac{p}{1 + e}\right)^2. \quad (15)$$

Возводя (14) в квадрат и приравнивая к (15), имеем:

$$x^2(e^2 - 1) + 2px = y^2. \quad (16)$$

Это общее уравнение кривой второго порядка, отнесенное к ее вершине.

5. Уравнение эллипса в канонической форме. В уравнении (16) нелегко узнать эллипс. Поэтому покажем, что эта формула при определенных условиях переходит в уравнение эллипса в привычной канонической форме.

Будем считать, что в (16) $e \neq 1$ и найдем точки пересечения кривой, описываемой этим уравнением, с осью x :

$$x^2(e^2 - 1) + 2px = 0, \quad \text{следовательно,} \quad x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{2p}{1 - e^2}.$$

Для эллипса $e < 1$ и $x_2 > 0$, то есть вторая точка лежит на оси x правее первой. Середина отрезка между этими точками определяется выражением:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{p}{1 - e^2}. \quad (17)$$

Перенесем начало координат в эту точку, тогда старая абсцисса x выразится через новую x' : $x = x' + x_0$. Подставляя это выражение в формулу (16), получаем:

$$(x' + x_0)^2(e^2 - 1) + 2p(x' + x_0) = y^2. \quad (18)$$

После небольших, но громоздких преобразований имеем:

$$x'^2(1 - e^2) + y^2 = \frac{p^2}{1 - e^2},$$

откуда немедленно получаем уравнение эллипса в канонической форме:

$$\frac{x'^2}{p^2/(1 - e^2)} + \frac{y^2}{p^2/(1 - e^2)} = 1. \quad (19)$$

Здесь

$$a = \frac{p}{1 - e^2} \quad \text{и} \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}. \quad (20)$$

6. Преобразование эллипса в параболу. В предыдущем пункте показано, что уравнение (16) при $e < 1$ описывает эллипс. Переходим в этом уравнении к пределу при $e \rightarrow 1$, тогда получаем $2px = y^2$, то есть уравнение параболы:

$$x = \frac{1}{2p}y^2. \quad (21)$$

Это уравнение можно записать в привычном для школьников виде $y = ax^2$, если обозначить коэффициент $1/2p = a$, а ось Ox считать осью Oy и наоборот.

7. Заключение. Таким образом, элементарная, но довольно громоздкая теория показывает, что если эллипс сильно вытянуть вдоль его фокальной оси, то вблизи фокуса он превращается в параболу. Хорошо известно, что световые лучи, выходящие из фокуса параболы, после отражения от нее идут параллельно оси симметрии этой кривой. Идея учебного эксперимента, показывающего, что эллипс с эксцентриситетом, близким к единице, является параболой, принадлежит Е. И. Вараксиной. Предварительные опыты показали перспективность этой идеи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вараксина Е. И., Попова А. А. Дидактический ресурс ученического проекта «Оптические свойства эллипса» // Учебная физика. — 2021. — № 2. — С. 13–21.
2. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Наука, 1979. — 512 с.
3. Киселева Л. Г., Смирнова Т. Г., Шульц М. М. Кривые и поверхности второго порядка. Учебно-методическое пособие. — Нижний Новгород: Нижегородский государственный педагогический институт, 2009. — 77 с.

ABSTRACTS

Mayer V. V., Kornev Yu. A. A simple and reliable Franklin wheel. A simple method of making a Franklin wheel is described, accessible even to those students who are just starting to study physics. The idea of this method can become the basis of a student project, the final stage of which is the demonstration of the Franklin wheel in a school lesson. *Keywords:* electrostatics, Franklin wheel, student project, demonstration experiment.

Mayer V. V., Varaksina E. I. Arrangement and operating principle of piezoelectric generator. The arrangement and the principle of operation of the piezoelectric generator are considered. A series of simple experiments on the educational study of a piezoelectric high voltage source is described. The article is a didactic resource of project activity intended for high school students and teachers. *Keywords:* piezoelectric generator, electrometer, simple experiments, educational research, didactic resource.

Mayer V. V., Varaksina E. I., Vasiliev I. A., Kurbonaliev K. M. Equipment for educational experiments on curved light propagation. The equipment and procedure for preparing a demonstration experiment on the curvilinear propagation of light in an optically inhomogeneous medium formed by a layer between two miscible liquids are described. *Keywords:* glass cuvette, water, saturated salt solution, fluorescein, semiconductor laser.

Mayer V. V., Varaksina E. I., Kurbonaliev K. M. Experimental substantiation of the Huygens principle. A series of demonstration experiments on the propagation of light in an optically homogeneous and inhomogeneous liquids is described. In experiments, estimates of the radius of curvature of a light beam are compared in two ways: by direct measurement of the parameters of a curved beam and calculation based on the Huygens principle. *Keywords:* Huygens principle, optically inhomogeneous medium, refractive index gradient, radius of curvature of the light beam.

Mayer V. V., Popova A. A. Transformation of an ellipse into a parabola. The transition from the ellipse equation in canonical form to the parabola equation is considered. This makes it possible to implement a unified approach when studying the optical properties of an ellipse and a parabola. *Keywords:* equation of ellipse in canonical form; equation of second-order curve related to its vertex; equation of parabola.

Markov S. V. Scientific research of the magnetic fields using the Hall generator in a full-scale computer experiment. The electromagnetic induction research was examined. A graph of the magnetic induction and the resulting EMF of induction in the loop were built. The experiment was worked for lab out of the quantitative study of the law of electromagnetic induction. *Keywords:* a full-scale computer experiment, an electromagnetic induction, a lab, Hall generator, to visualize electromagnetic processes.

Varaksina E. I., Sokolova O. L. The problem of forming a visual image of interference of mechanical waves. The existence of the problem of forming a visual image of interference is substantiated. The possibility of creating such an image by means of an educational physical experiment, graphic and photographic illustrations in school textbooks is analyzed. At the initial stage of studying interference, it is proposed to supplement the educational physical experiment with interactive computer animation simulating the superposition

of circular waves propagating from two point sources. *Keywords:* interference, wave theory of light, visual aids, educational physical experiment.

Saurov Yu. A. On the modernity of the development of creative abilities (to the 50th anniversary of the defense of the doctoral dissertation by V. G. Razumovsky). Memory is our great and eternal resource. It sets and preserves patterns of activity in the past for the present and the future. The defense of the dissertation is not only personally significant, but socially and socially significant. The defense of the doctoral dissertation by V. G. Razumovsky has so far directly or indirectly influenced the development of methods of teaching physics. This article outlines the essential features of this study. *Keywords:* creativity, dissertation, history of physics teaching methods.

Varaksina E. I. Illustrative and evidential educational physical experiment. Our articles published in the journals «Educational Physics» No. 1 and No. 3 show the need for systematic research activities of subjects of physical education in the field of educational physical experiment. To formulate the purpose of this activity, we propose to turn to the concepts of *illustrative* and *evidential* experiment. *Keywords:* educational physical experiment, research, conclusiveness, illustrativity.