



СОДЕРЖАНИЕ

Основная школа

В. В. Майер	ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ШКОЛЬНИКОВ	
Е. И. Вараксина	ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТА	3

Старшая школа

И. В. Гребнев	РАЗВИТИЕ УЧЕБНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ ТЕРМОЭМИССИИ	10
В. В. Майер	СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ДЕМОСТРАЦИИ	
Е. И. Вараксина	ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ТУМАНЕ	18

Высшая школа

А. И. Грибков	ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ	
Р. В. Романов	КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ	
	С ПОМОЩЬЮ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ	26
В. В. Майер	СКОРОСТЬ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ И	
Е. И. Вараксина	ЕЕ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ	40
С. И. Официн	ПРОЕКТНЫЙ МЕТОД В КОНСТРУКТОРСКОЙ	
	ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ФИЗИКЕ И ТЕХНИКЕ	58

Науковедение

Ю. А. Сауров	КОНКРЕТНОСТЬ «ЕДИНСТВА	
	ВО МНОГООБРАЗИИ» И ПРАКТИЧЕСКАЯ	
	КОНКРЕТНОСТЬ В МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ	66

АВТОРЫ ЖУРНАЛА	70
----------------	----

СТАТЬИ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ В ЖУРНАЛЕ В 2023 ГОДУ	71
--	----

Редакция журнала:

В. В. Майер (главный редактор), Р. В. Акатов, Е. И. Вараксина, Л. С. Кропачева

Редакционный совет:

И. В. Гребенев	д.п.н., профессор, Нижний Новгород
М. Д. Даммер	д.п.н., профессор, Челябинск
П. В. Зуев	д.п.н., профессор, Екатеринбург
О. В. Лебедева	д.п.н., доцент, Нижний Новгород
В. А. Саранин	д.ф.-м.н., профессор, Глазов
Ю. А. Сауров	д.п.н., профессор, член-корр. РАО, Киров
А. П. Усольцев	д.п.н., профессор, Екатеринбург

Оргкомитет конференции:

Н. Я. Молотков	д.п.н., профессор, Тамбов
Г. Г. Никифоров	к.п.н., доцент, ИСРО РАО, Москва
А. Ю. Пентин	к.ф.-м.н., доцент, ИСРО РАО, Москва
Ф. А. Сидоренко	д.ф.-м.н., профессор, Екатеринбург
Я. А. Чиговская–Назарова	к.филол.н., доцент, ректор ГГПИ, Глазов
Т. Н. Шамало	д.п.н., профессор, Екатеринбург

Перечень ВАК: Журнал «Учебная физика» включен Высшей аттестационной комиссией (ВАК) Минобрнауки России в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Адрес редакции, издателя и типографии: 427621, Удмуртия, Глазов, Первомайская, 25, Пединститут. Телефон: (341 41) 5-32-29.
E-mail: uch-fiz@mail.ru, kropa@bk.ru

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Глазовский государственный инженерно-педагогический университет имени В.Г. Короленко»

Журнал «Учебная физика» зарегистрирован Комитетом Российской Федерации по печати 4 февраля 1997 года, регистрационный № 015686, перерегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) 2 мая 2017 года, ПИ № ФС77-69506.

Подписной индекс: 79876.

Использование и перепечатка материалов допускаются только по договоренности с редакцией журнала.

Сдано в набор 01.11.23. Подписано в печать 20.12.23.

Дата выхода в свет: 22.12.23.

Формат 60 × 90 1/16. Усл. печ. л. 4,5.

Заказ 160. Тираж 200 экз. Цена свободная.

Первая страница обложки: Экспериментальная установка для градуировки электрометра по напряжению.

Научная статья

ББК 74.262.23

УДК 372.853

А. И. Грибков, Р. В. Романов

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

В работе рассматривается эксперимент по определению коэффициента трения качения. Проведен краткий анализ существующих методов его измерения. Предлагаемый эксперимент не содержит специального оборудования и доступен для повторения в лабораторном практикуме ВУЗа. В работе приводится детальная теория и экспериментальные результаты. Подтверждена зависимость коэффициента трения качения от скорости.

Ключевые слова: эксперимент, коэффициент, трение, качение, расчеты, Arduino, уголок, шарик, наклонная плоскость, момент инерции.

A. I. Gribkov, R. V. Romanov

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE ROLLING FRICTION COEFFICIENT USING AN INCLINED PLANE

The paper considers an experiment to determine the coefficient of rolling friction. A brief analysis of the existing methods of its measurement is carried out. The proposed experiment does not contain special equipment and is available for repetition in the laboratory workshop of the university. The paper presents a detailed theory and experimental results. The dependence of the rolling friction coefficient on the speed is confirmed.

Keywords: experiment, coefficient, friction, rolling, calculations, Arduino, corner, ball, inclined plane, moment of inertia.

1. Введение

Явления, связанные с трением, окружают нас повсюду, и, как это часто бывает, могут быть и полезными, и вредными. Достаточно вспомнить о том, что автомобиль едет вперед благодаря силе трения покоя, а мешает этому движению помимо сопротивления среды еще и сила трения качения.

Учебная физика. 2023. № 4. С. 26–39

© Грибков А. И., Романов Р. В., 2023

Количественный учет влияния трения особенно важен в различных механизмах и этому посвящен раздел физики, называемый трибологией и его составная часть — *трибометрия* [1, с. 166] (от греч. *τριβω*, буквально «тереть, натирать»), как система методов и средств измерения сил трения.

Важным понятием в данной науке является *коэффициент трения* и его измерение. Однако, если для коэффициентов трения скольжения существуют достаточно подробные таблицы [2], то для *коэффициента трения качения* (далее КТК) авторам таких материалов неизвестно. Отчасти это понятно, так как сила трения качения, как правило, существенно меньше силы трения скольжения и измерять что-либо в этом случае намного сложнее. Трудности создает также тот факт, что КТК зависит не только от материала соприкасающихся поверхностей, но и от того, что и по чему катится. Еще одна причина, и, возможно, более важная, будет подробно рассмотрена ниже в тексте статьи.

2. Краткий обзор источников информации

Начальные сведения о качении даются уже в старшей школе, как в российских [3, с. 371], так и зарубежных учебниках [4, с. 305], правда в последнем предлагается сравнить ускорение с теоретическим выражением $a = g \sin \alpha$, что абсолютно неверно, так как собственно качение и не учтено. Аналогичная проблема и в электронной версии соответствующего эксперимента [5]. И, конечно, об учете силы трения речь не идет.

Также не учитывается трение и в описании одной из лабораторных работ, предназначенных для студентов [6], где шарик скатывается по двум направляющим. Видимо, это можно объяснить тем, что при имеющейся точности установки это просто невозможно.

В других ВУЗах к этому вопросу относятся более аккуратно. В [7] по двум наклонным плоскостям, размещенным навстречу друг другу, перекатывается цилиндр. КТК определяется по пройденным расстояниям. В [8] используют разные методы: скатывание по наклонному прямоугольному желобу, покрытому лентой из материала, деформирующегося при движении стального шарика, колебания цилиндра на плоскости, метод наклонного маятника. Здесь же без какого-либо обоснования утверждается, что сила трения качения уменьшается с увеличением скорости движения шарика. Метод маятника, который заключается в «измерении затухающих во времени амплитуд свободных колебаний маятника в результате контакта шаровой опоры с плоской поверхностью испытуемых образцов», рекомендует и ГОСТ [9]. К сожалению, в вышеуказанных источниках не приводится никаких количественных экспериментальных данных.

А вот в работе [10] приведены результаты эксперимента с наклонным маятником, где КТК растет с увеличением скорости и предполагается, опять-таки без обоснования, считать, что он пропорционален квадрату скорости. Здесь же заметим, что в [1, с. 165] го-

ворится, что «при большой скорости коэффициент трения колес об асфальт резко возрастает».

3. Теоретическое рассмотрение явления

Пусть осесимметричное тело (шар, сфера, цилиндр) массой m и диаметром (радиусом) $d = 2R$ скатывается по наклонному основанию (плоскость, желоб (уголок), две направляющие) длиной L и высотой ее верхнего края h без проскальзывания (рис. 1). Угол наклона плоскости α можно определить из геометрии или с помощью специального устройства. Влияние сил сопротивления среды, как будет показано ниже, незначительно. Расстояние от центра масс O до мгновенной оси вращения, проходящей через точку G перпендикулярно рисунку, обозначим $r \leq R$.

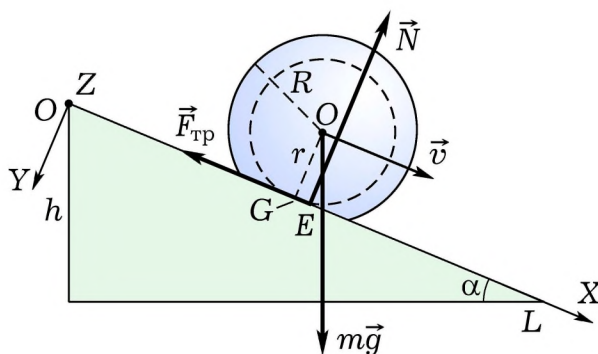


Рис. 1. Модель движения

Для удобства дальнейшего рассмотрения изобразим наклонную плоскость горизонтально, а силу тяжести $m\vec{g}$, где \vec{g} — ускорение свободного падения, разложим на две составляющие (рис. 2), \vec{i}, \vec{j} — единичные орты вдоль осей.

Силу реакции опоры (на рисунке не показана) также традиционно разложим на две составляющие: \vec{N} — сила нормальной реакции опоры и $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, которая также состоит из двух слагаемых: сила трения покоя (другое название — трение сцепления) и сила трения качения. Возникновение последней обычно связывают «с потерями на упругий гистерезис, связанный со сжатием под нагрузкой катящегося тела и материала основания, работой, затрачиваемой на передоформирование материала в результате формирования валика перед катящимся телом, преодоление мостиков сцепления» [1, с. 165].

Точка приложения силы реакции опоры смещена в сторону направления скорости на расстояние f относительно точки G в точку E . Это расстояние и называют коэффициентом трения качения и

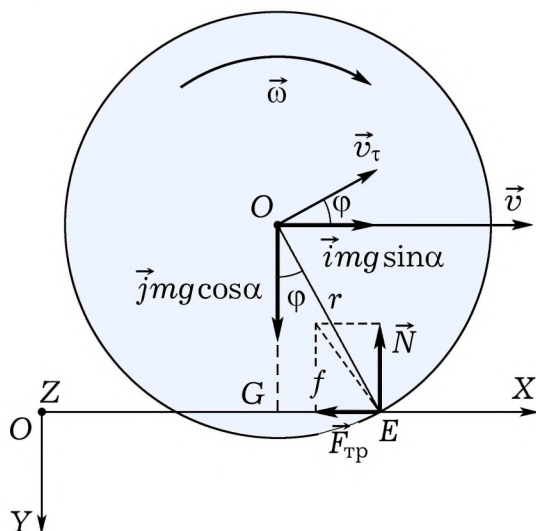


Рис. 2. К теории

выражают в единицах длины, чаще в сантиметрах [11, с. 263]. Заметим, что это, как правило, очень малая величина и на рис. 2 сильно преувеличена. Также не соблюдены другие масштабы.

По теореме о движении центра масс тела

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}, \quad (3.1)$$

где \vec{v} — скорость центра масс. В проекции на ось OX :

$$m \frac{dv_x}{dt} = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}. \quad (3.2)$$

Потребуем, чтобы центр масс двигался вдоль наклонной плоскости. Тогда в проекции на ось OY

$$0 = mg \cos \alpha - N. \quad (3.3)$$

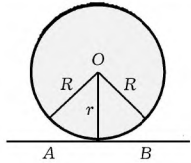
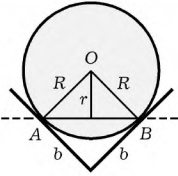
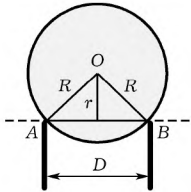
Будем рассматривать общий случай, когда движение таких тел, как шар (сфера) может происходить не только по плоскости, но и по прямоугольному желобу (уголку) со стороной $b \geq R$, когда шар полностью вписывается в желоб, а также по двум направляющим [6, с. 4], расстояние между которыми D , причем $D < 2R$ (таблица 1).

По теореме об изменении момента импульса или уравнению вращательного движения АТТ вокруг оси, проходящей через центр масс,

$$I_0 \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}_{\vec{N}} + \vec{M}_{\vec{F}_{\text{тр}}}, \quad (3.4)$$

где I_0 — момент инерции тела относительно центра масс, $\vec{\omega}$ — угловая скорость вращения, \vec{M} — моменты сил. Момент силы тяжести равен 0, так как сила проходит через ось вращения.

Таблица 1
Качение шара по разным основаниям

По плоскости	По желобу	По направляющим
		
$r = R$	$r = \frac{R}{\sqrt{2}}$	$r^2 = R^2 - \frac{D^2}{4}$

В проекции на ось OZ , направленную от нас и перпендикулярную плоскости листа (рис. 2),

$$I_0 \frac{d\omega_z}{dt} = -Nf + F_{\text{тр}} \sqrt{r^2 - f^2}. \quad (3.5)$$

Из кинематических соотношений и рис. 2 следует, что

$$\omega_z = \frac{v_\tau}{r} = \frac{v_x \cos \varphi}{r}; \quad \text{tg } \varphi = \frac{f}{\sqrt{r^2 - f^2}}; \quad \cos \varphi = \frac{\sqrt{r^2 - f^2}}{r}, \quad (3.6)$$

где величину φ иногда называют *углом трения*. Если обозначить

$$k = \frac{1}{1 + I_0/mr^2} = \frac{mr^2}{mr^2 + I_0} = \frac{mr^2}{I}, \quad (3.7)$$

где I — момент инерции тела относительно точки касания (мгновенной оси вращения), и (3.2) домножить на $\sqrt{r^2 - f^2}$ и сложить с (3.5), то с учетом (3.3) и (3.6) получаем формулу для ускорения центра масс:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = kg \left(\sin \alpha - \frac{f}{\sqrt{r^2 - f^2}} \text{sign}(v_x) \cos \alpha \right). \quad (3.8)$$

Здесь знаковая функция $\text{sign}(v_x)$ учитывает, что в зависимости от направления скорости, точка E меняет свое положение на симметричное (вкатывание на опору). Данную функцию можно и не

использовать, если для f учитывать знак. Для реальных условий, как правило, $r \gg f$. Также будем рассматривать только скатывание. Тогда формула (3.8) немного упрощается.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = kg \left(\sin \alpha - \frac{f}{r} \cos \alpha \right). \quad (3.9)$$

Ускорение, на первый взгляд кажется постоянным, чего и следовало ожидать, так как приложенные силы также постоянны. Отметим, что оно для простых тел не зависит от массы и, чаще всего, от размеров. Такое выражение и приводится во всех указанных выше источниках.

С другой стороны, ускорение, точнее среднее ускорение, можно определить из кинематической формулы, считая начальные координату и скорость нулевыми

$$\langle a_x \rangle = \frac{2x}{t^2}. \quad (3.10)$$

Измеряя расстояние и время, определяется ускорение, а зная угол, и КТК

$$f = r \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{\langle a_x \rangle}{kg \cos \alpha} \right). \quad (3.11)$$

Опираясь на приведенную теорию, авторами был выполнен натурный эксперимент, результаты и теоретические уточнения для которого будут рассмотрены в следующей части статьи.

4. Объекты исследования

В выполненном эксперименте скатывание происходило по прямоугольному алюминиевому уголку (желобу). Такой выбор поверхности обусловлен тем, что добиться прямолинейного движения по наклонной плоскости достаточно сложно из-за неизбежной неровности поверхности. Для двух направляющих необходимо на всем пути строго выдерживать расстояние между ними, и опять-таки их прямолинейность. Уголок лишен этих недостатков.

Использовались 4 различных шарика: 1) стальной $m_1 = 21,7$ г, $d_1 = 17,4$ мм; 2) стальной с хромированным покрытием $m_2 = 63,5$ г, $d_2 = 25,0$ мм; 3) обрезиненный от компьютерной мыши $m_3 = 31,6$ г, $d_3 = 22,0$ мм; 4) обрезиненный от компьютерной мыши $m_4 = 31,9$ г, $d_4 = 22,3$ мм.

Об особенностях последних шариков следует сказать отдельно. Опыты показали, что толщина резинового слоя может быть сильно неравномерной. Поэтому необходимо произвести отбраковку, проведя предварительные неразрушающие измерения равномерности толщины резинового слоя, используя в качестве щупа иглу. После проведения всех экспериментов один из обрезиненных шариков был разрезан с целью подтверждения проведенных ранее измерений и оценок. В пределах точности измерений результаты совпали.

5. О моменте инерции неоднородного шара

Хорошо известно, что момент инерции однородного шара относительно оси, проходящей через центр масс, определяется по формуле

$$I_0 = \frac{2}{5} mR^2. \quad (5.1)$$

Тогда коэффициент (3.7) равен $k = 5/9 = 0,5556$. Эта величина и использовалась при расчетах для стальных шариков в формуле (3.9).

Шарик от компьютерной мыши представляет собой стальное ядро радиусом R_1 и плотностью ρ_1 , и резиновую оболочку толщиной $R - R_1$ и плотностью ρ_2 . Авторы выполнили несложные, но громоздкие расчеты по определению момента инерции шара с учетом резко неоднородного распределения плотности вещества по радиусу. Достоверность полученных формул проверялась получением из них предельных случаев, и совпадением с результатами проведенного эксперимента. Вычисления показали, что в этом случае момент инерции можно записать, как

$$I_0 = \frac{2}{5} k_I mR^2, \quad (5.2)$$

где для однородных шаров $k_I = 1$, а для неоднородных шаров поправочный коэффициент можно выразить через плотности или отношение радиусов

$$k_I = \frac{1}{\langle \rho \rangle} \left(\frac{(\langle \rho \rangle - \rho_2)^{5/3}}{(\rho_1 - \rho_2)^{2/3}} + \rho_2 \right), \quad \text{или}$$

$$k_I = \frac{1 - x^5}{1 - x^3} - \frac{\rho_1}{\langle \rho \rangle} x^3 \frac{1 - x^2}{1 - x^3}, \quad x = \frac{R_1}{R}, \quad (5.3)$$

где средняя плотность $\langle \rho \rangle$ определяется, зная массу и диаметр шара. Плотность стали известна с достаточной степенью точности $\rho_1 = 7800 \text{ кг/м}^3$. Для резины ситуация хуже — $\rho_2 = 900 \div 1200 \text{ кг/м}^3$. Отношение радиусов, полученное прямым измерением, составило $x \approx 0,816 \div 0,884$. Тогда коэффициент (3.7) имеет вид

$$k = \frac{5}{5 + 4k_1} \geq \frac{5}{9} = 0,5556 \quad (5.4)$$

и для 3 и 4 шаров составляет от $0,598 \div 0,609$. На первый взгляд отличие очень небольшое, но, забегая вперед, отметим, что неучет этой поправки может абсолютно изменить характер зависимости коэффициента трения, который из увеличивающегося может стать убывающим.

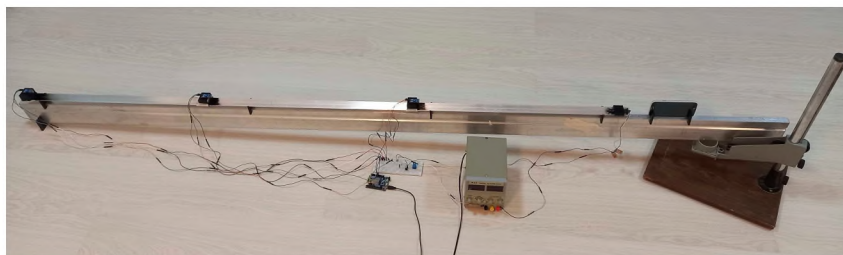


Рис. 3. Экспериментальная установка

6. Описание экспериментальной установки

Основой экспериментальной установки является алюминиевый уголок сечением 25×25 мм и длиной 2 м, отобранный из нескольких по минимальным отклонениям его геометрии (рис. 3).

Предварительные опыты и расчеты показали, что такой уголок прогибается статически под действием собственного веса и динамически от веса движущегося шара. Поэтому дополнительно уголок с помощью проставок, напечатанных на 3D-принтере, закреплялся на строительном правиле, опирающемся одной стороной через кронштейн на пол. Угол наклона задавался и фиксировался с помощью стойки от фотоувеличителя. Значение угла определялось как измерением расстояний и тригонометрических расчетов, так и использованием смартфона с установленным специальным приложением. Предварительная проверка горизонтальности поверхности, на которой собиралась установка, осуществлялась с помощью лазерного уровня. Также с помощью уровня контролировалась вертикальность установки смартфона. При использовании обоих способов точность измерения угла составила около $0,1^\circ$. По такому уголку и скатывался шарик. Подробное описание, позволяющее воспроизвести установку, модели для 3D-печати и программа для микроконтроллера можно получить по ссылке [12] или QR-коду на рис. 4.

Интервалы времени, которые необходимо фиксировать в эксперименте, достаточно малы, поэтому использование ручного электронного секундомера даже с дискретностью $0,01$ с с фиксацией положения шарика «на глаз» естественно не подходит.

Как наиболее доступный вариант, использовался клон платы *Arduino Uno*, версия с кварцевым резонатором. Для фиксации моментов прохождения шариком определенных расстояний, установленных с погрешностью 2 мм, использовались доработанные ИК-датчики препятствия для *Arduino*, срабатывающие на отражение, которые размещались над уголком. В местах расположения датчиков поверхность



Рис. 4. Ссылка на описание установки

уголка была зачернена. Для удобства настройки и крепления датчиков, свето- и фотодиоды были перепаяны на противоположную сторону платы. Их крепление на уголок было произведено с помощью разработанных кронштейнов, напечатанных на 3D-принтере.

Точность отсчета времени используемой платы проверялась путем замера больших интервалов времени и сравнения с системными часами компьютера и составляет единицы микросекунд. Среднеквадратичное отклонение времени в опытах в худшем случае не превышало 30 мс.

Для определения и контроля поведения ускорения на различных участках движения при фиксированном угле было использовано три датчика, установленных примерно на одинаковом расстоянии друг от друга.

Запуск движения шарика производился с использованием электромагнита.

Правильность работы установки проверялась измерением ускорения свободного падения при вертикально установленном уголке.

Использование микроконтроллера позволило производить циклы измерений с передачей данных на компьютер с минимальными трудозатратами и достаточной точностью.

7. Предварительные результаты эксперимента

Перейдем к описанию результатов эксперимента. Угол наклона плоскости менялся от 3° до 16° с шагом 1° . Такие углы заведомо меньше наклона, при котором может начаться проскальзывание.

Для каждого шарика при каждом угле наклона эксперимент проводился не менее 10 раз с последующей обработкой результатов. Рассчитывались ускорение и коэффициент трения качения.

Расчет влияния сил сопротивления среды, как линейно, так и квадратично зависящих от скорости, показал, что их учет приводит к изменению в значении ускорения в третьей-четвертой значащей цифре, что можно не учитывать.

Характер зависимостей для всех четырех шариков одинаков, поэтому иллюстрации будем приводить для одного из них.

Так как речь идет о реальном и достаточно сложном эксперименте, то, как указывается в теории погрешностей [13, с. 4], неизбежны «выбросы» или «промахи», которые хорошо видны на графиках, но не нарушают общей тенденции.

Сравнение теоретически рассчитанного ускорения без учета трения и экспериментальных ускорений при одном угле на участках между точкой старта и первым, вторым и третьим датчиками показало, что при такой точности установки, когда относительная погрешность для ускорения не превышает 5% в самом худшем измерении, без учета трения уже не обойтись. Если же использовать более грубый прибор для измерения времени, то погрешность возрастает и силу трения можно не учитывать. Здесь же с некоторой осторожностью отметим, что при неизменном угле наклона ускорение с

течением времени незначительно уменьшается, следовательно, КТК растет, хотя перекрытие диапазонов погрешностей не дает сделать такой вывод вполне достоверно.

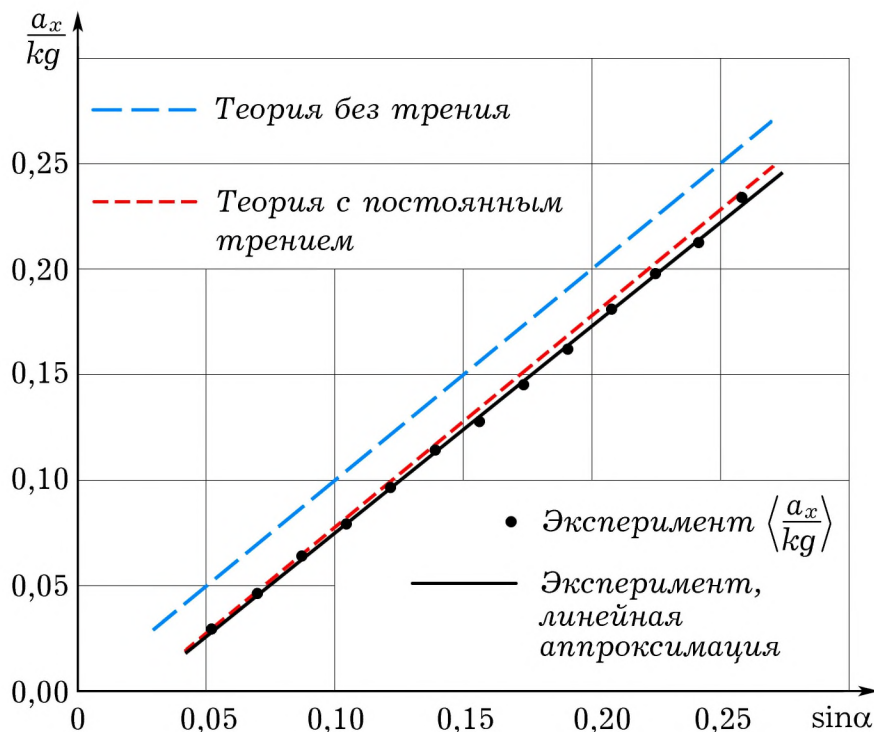


Рис. 5. Шарик № 3. Зависимость $\frac{a_x}{kg} = F(\sin \alpha)$

На рис. 5 показана зависимость

$$\frac{\langle a_x \rangle}{kg} = \sin \alpha - \frac{\langle f \rangle}{r} \cos \alpha, \quad (7.1)$$

где $\langle f \rangle$ определялся из опытных данных методом наименьших квадратов, считая, что $\cos \alpha \approx 1$. Видно, что экспериментальные значения располагаются ниже, с постепенно увеличивающимся отклонением, причем уменьшения косинуса угла для такого отклонения недостаточно. Точно такие же зависимости наблюдаются и для других шариков, но в меньшей степени, так как для стальных шаров КТК намного меньше, что видно из табл. 2.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о том, что КТК не является постоянной величиной и растет с увеличением угла наклона поверхности, однако причиной этого роста, видимо, является

увеличение скорости, что и является еще одной причиной отсутствия подробных таблиц со значениями КТК.

Здесь же заметим, что величины, указанные в табл. 2, по крайней мере по порядку величины совпадают с известными.

Таблица 2
Диапазон КТК для разных шаров

	f , мм, при $\min \alpha$	f , мм, при $\max \alpha$
Шар №1	0,022	0,066
Шар №2	0,035	0,067
Шар №3	0,179	0,234
Шар №4	0,177	0,230

8. Уточненная теория и результаты эксперимента

Как указано в статье [14] «... ввиду многообразия физических процессов, сопровождающих движение твердого тела по шероховатой поверхности, создание общей модели трения не представляется возможным, а отыскание отдельных закономерностей происходит по мере решения практических задач». Там же обосновывается линейная зависимость КТК от угловой, а, следовательно, и линейной скорости тела, обусловленная вязкими деформациями.

В работе [15] к основным факторам, определяющим процесс трения, относят «... наличие плоской контактной площадки и связанная с ней необходимость «перекатывания» катящегося тела и гистерезисные потери в материалах контактирующих тел при циклическом нагружении в процессе качения». Здесь предлагается еще более сложная зависимость КТК от скорости.

К сожалению, ни в одной из этих работ не приводится каких-либо экспериментальных данных. Указывается лишь, что коэффициенты для этих зависимостей следует подбирать, исходя из опытов.

Если предположить, что КТК зависит от скорости линейно

$$\dot{f} = \frac{r}{v_1} v_x + \dot{f}_0, \quad (8.1)$$

где коэффициенты \dot{f}_0 и v_1 , имеющие смысл КТК при нулевой скорости (начало движения) и некоторой скорости, подбираются опытным путем, то после интегрирования (3.9) с учетом (8.1) получаем зависимость координаты от времени

$$x(\alpha, t) = kg \sin \alpha \left(1 - \frac{\dot{f}_0}{r} \operatorname{ctg} \alpha \right) \left[\frac{t\tau}{\cos \alpha} + \frac{\tau^2}{\cos^2 \alpha} \left(e^{-\frac{t}{\tau} \cos \alpha} - 1 \right) \right],$$

$$\tau = \frac{v_1}{kg}. \quad (8.2)$$

Достоверность аналитической формулы (8.2) проверялась путем ее сравнения с численным решением дифференциального уравнения (3.9) в *MathCAD*.

Непосредственно сравнивать численные значения ускорения не представляется возможным, так как они слишком разные при разных углах наклона плоскости. Поэтому сравнивались нормированные на ускорение без трения

$$F_0 = \frac{2x}{kg \sin \alpha \cdot t^2} = \frac{\langle a_x \rangle}{kg \sin \alpha} = 1 = \text{const}, \quad (8.3)$$

значения среднего ускорения при постоянном КТК,

$$F_1(\alpha) = \frac{2x}{kg \sin \alpha \cdot t^2} = \frac{\langle a_x \rangle}{kg \sin \alpha} = 1 - \frac{f}{r} \text{ctg} \alpha, \quad (8.4)$$

при КТК, зависящем от скорости линейно,

$$F_2(\alpha, T) = \frac{2x}{kg \sin \alpha \cdot t^2} = \frac{\langle a_x \rangle}{kg \sin \alpha} = \left(1 - \frac{f_0}{r} \text{ctg} \alpha\right) \frac{2}{T} \left[1 + \frac{e^{-T} - 1}{T}\right],$$

$$T = \frac{kg \cos \alpha}{v_1} t. \quad (8.5)$$

и экспериментальных.

На первый взгляд, стоило бы строить зависимости $F(\text{ctg} \alpha)$, но в этом случае экспериментальные точки получаются более скученными, и теряется детализация, поэтому приведены зависимости от самого угла.

Из рисунка 6 видно, что при подобранных значениях $f_0 = 0,176$ мм и $v_1 = 11$ м/с совпадение аналитической формулы и эксперимента вполне удовлетворительное.

Здесь же заметим, что проверялся и случай, когда КТК зависит от скорости квадратично (формула из-за громоздкости не приводится). При подобранных коэффициентах также получалось вполне удовлетворительное согласие. Это и понятно, так как в заданных условиях опыта скорости достаточно малы и зависимости от скорости представляют небольшие поправки и мало отличимы друг от друга.

9. Заключение

Таким образом, из проведенных экспериментов можно сделать вывод, что коэффициент трения качения возрастает с увеличением скорости. Численные значения по порядку величины совпадают с известными табличными данными. Приведенные в работе значения справедливы для шаров и уголка, сделанных *именно из этих* материалов.

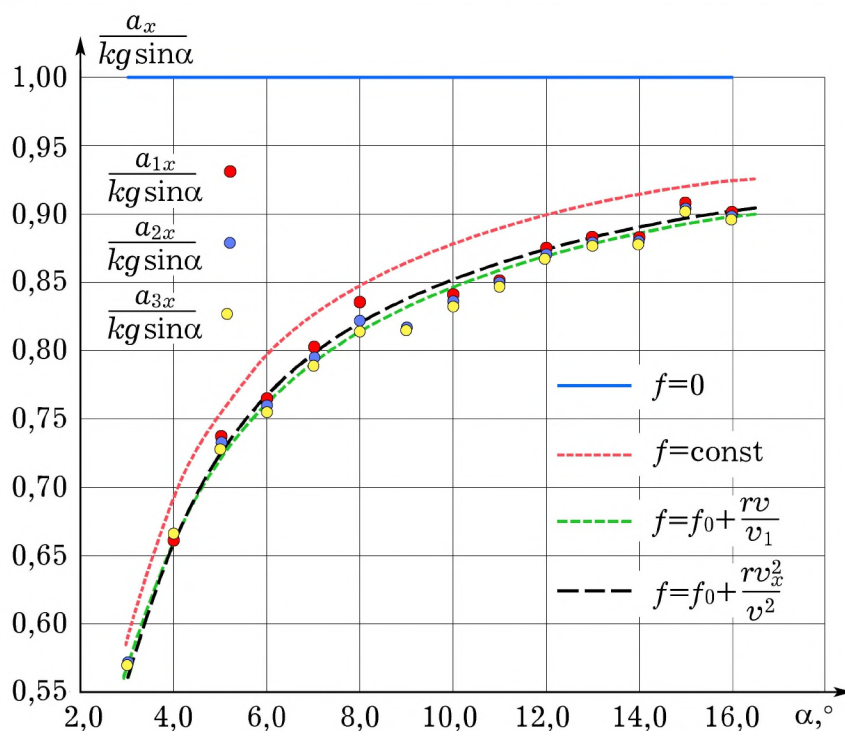


Рис. 6. Шарик № 3

Чтобы с большей вероятностью указать характер зависимости КТК от скорости, нужны большие скорости. На данной установке этого достичь проблематично, так как при увеличении угла возможно проскальзывание, а увеличение пройденного расстояния технически затруднено. Также понятно, что при уменьшении размеров шарика скажутся неровности поверхности, а, следовательно, разброс значений и погрешность будет больше.

Тем не менее подобные работы можно и должно выполнять со студентами технических и естественнонаучных направлений. При более грубых измерительных приборах достаточно проверять справедливость соотношения (8.3), по сути дела иллюстрируя понятие момента инерции. Если есть возможность проводить измерения более точно, то можно определить средний КТК. Ну а в качестве исследовательской работы или ВКР можно и проследить зависимость КТК от скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физическая энциклопедия. Т. 5. — М.: Большая российская энциклопедия, 1998. — URL: <https://books.google.ru/books?id=7bQ5tAEACA AJ&print->

- sec=frontcover&hl=ru#v=onepage&q&f=false (дата обращения 04.08.2023).
2. Engineering ToolBox. Friction —Friction Coefficients and Calculator. — URL: https://www.engineeringtoolbox.com/friction-coefficients-d_778.html (дата обращения 04.08.2023).
 3. Мякишев Г. Я. Физика. 10 класс. Базовый уровень. Учебник. / Г. Я. Мякишев, М. А. Петрова, С. В. Степанов и др. — М.: ДРОФА, 2019. — 400 с.
 4. Закирова Н. А., Аширов Р. Р. Физика: учеб. Для 10 кл. естественно-математического направления общеобразоват. шк. Н. А. Закирова, Р. Р. Аширов. — Нур-Султан: Издательство «Арман-ПВ», 2019. — 336 с. — URL: https://fileskachat.com/view/67506_d978360c8ffe9b81043482c55524d274.html (дата обращения 04.08.2023).
 5. Обязательные лабораторные работы по физике. 9-1-lab. Измерение ускорения тела при равноускоренном движении. — URL: http://sverh-zadacha.ucoz.ru/lab_rab/Virtual/9-1/9-1-lab.htm (дата обращения 04.08.2023).
 6. Лабораторный практикум по физике. Механика. Митин И. В. Задача №125. Изучение движения шара по наклонному желобу // Москва, МГУ, 2011. — 14 с. — URL: http://genphys.phys.msu.ru/rus/lab/mech/Lab125_1.pdf (дата обращения 04.08.2023).
 7. Исследование качения твердого тела по наклонной плоскости // Екатеринбург, УрФУ, 2011. — URL: https://vsalda.urfu.ru/fileadmin/user_upload/site_15357/issledovanie-kacheniya-tverdogo-tela-po-naklonnoy-ploskosti.pdf (дата обращения 04.08.2023).
 8. Лабораторная работа №11. Определение коэффициентов сил трения скольжения и качения // Челябинский Государственный Университет. — URL: https://teachmen.csu.ru/laboratory_new/lab1_11.pdf (дата обращения 04.08.2023).
 9. ГОСТ 27640–88. Материалы конструкционные и смазочные. Методы экспериментальной оценки коэффициента трения. — URL: <https://pdf.standartgost.ru/catalog/Data2/1/4294827/4294827058.pdf> (дата обращения 04.08.2023).
 10. Проневич И. И. Проблемы определения коэффициента качения при помощи наклонного маятника // Материалы XIV Международной научно-практической интернет-конференции «Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам», Мозырь, 29 марта 2022 года, Мозырь, 2022. — 277–278 с. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49026236> (дата обращения 04.08.2023).
 11. Стрелков С. П. Механика. — М.: Наука, 1975. — 560 с.
 12. Описание сборки установки для определения коэффициента трения качения с помощью наклонного уголка [Электронный ресурс]. — URL: <https://disk.yandex.ru/d/sr0m6iLUe4my1g> (дата обращения 31.10.2023).
 13. Taylor J. R. Introduction To Error Analysis // 2ed, 1997. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494770> (дата обращения 28.07.2023).
 14. Иванов А. П. О трении качения // Доклады академии наук, 2013, том 485, №3, с. 295–299. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37576825> (дата обращения: 06.08.2023).
 15. Черноус Д. А. Уточнение расчетной оценки коэффициента трения качения // Механика. Исследования и инновации. 2019, Вып. 12. Гомель, с. 198–205. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42417376> (дата обращения: 06.08.2023).

Тульский государственный
педагогический университет
им. Л. Н. Толстого

Поступила в редакцию 01.11.23.